





40 Math

616

Q. III.  
20











Q 111  
20









Agidi Schor Del :

G. Andreas Wolfgang sc.







**HORÆ  
MATHEMATICÆ**

*Selectis Problematibus impensæ*

*S I V E*

**CENTURIA  
QVÆSTIONVM EX VNIVERSA  
MATHESI**

*Novâ atque exactissimâ*

**M E T H O D O**

**S O L V T A R V M**

**O P E R A**

**ANTONII WAGNER SWAZENSIS.**

**ANNO M. DC. LXXXIV.**

*Cum Facultate Superiorum*



**OE N I P O N T I,**

Typis Benedicti Caroli Reifacher, Typo-  
graphi Cæsareo - Academici,



LEOPOLDO I.

ROMANORVM

IMPERATORI

AUGUSTISSIMO

GERMANIÆ, HUNGARIÆ,

BOHEMIÆ, DALMATIÆ, CROATIÆ,

SCLAVONIÆ

REGI

ARCHIDUCI AUSTRIÆ, COMI-

TI TYROLIS, ETC.

PIO, FELICI,

SAPIENTI.



AUGUSTISSE  
IMPERATOR

 AC RATISSIMÆ MAIESTATI VESTRÆ  
*horas* offero : quia *annos* dicare per  
ætatem nondū licuit. Hæc juven-  
tutem, imò nec quintum adhuc e-  
gressa lustrum, suasit nimirum contractiorem  
adhibere *temporis*, donique mensuram. E-  
quidem Parentis mei, quem ex Clementissi-  
ma gratia MAIESTAS VESTRA Metallurgiæ suæ  
per universam Tyrolim præesse voluit, exem-  
plo doctus residuos vitæ annos devoveo om-  
nes, æternūque confesco obsequiis SACRA-  
TISSIMÆ MAIESTATIS VESTRÆ; sed enim mune-  
ra, quæ à futuro pendent, incertæ sunt spei,  
minúsque nostra. *Primitias* verò quantum-  
vis tenues, exilésve, Superi quoque, quibus-  
cum divisum imperium CÆSAR habes, ne ipsi  
quidem aspernantur; primitias, inquam, in-  
genii,



# E P I S T O L A

genii, si quod Natura, concessit, industriæque  
 meæ, eo solum titulo æstimandas, quod in-  
 ter exercitationes administrandæ Metallur-  
 giæ tuæ ( quæ absque eximiâ, singularique  
 peritiâ Orèometriæ, ceteræque Matheſeos  
 nullatenus ritè curari potest ) tuisque sub au-  
 spiciis, AUGUSTISSIME CÆSAR, fata, na-  
 te, exculte in hunc tandem manipulum ado-  
 leverint, Tuo ter Maximo Nomini, jure om-  
 ni, consecrandum. Minimè auspicatum,  
 sanè existimo, *Diem* efficerent *Hora* istæ  
 meæ, si alio, quàm *Augustissimo Sole* illu-  
 strarentur, infauſtique ominis augurarer *Ho-  
 roscopum* hujusce litterarii partûs mei, nisi  
 Austriaco, Cæsareoque *Sidere*, in altissimum  
 gloriæ fastigium sub ætatem nostram, *Ascen-  
 dente* regerentur, ac protegerentur. Pro-  
 sternunt ergo sese affectu pronissimo ad solium  
 Majestatis Vestre, neque verentur Augustale  
 Palatium subiisse, videlicet juris non novi suf-  
 fragio subnixæ. An non erudita Antiquitas  
 Horas Jovis Palatinas, alias Portarum Cœ-  
 lestium Præfides, vel ipsam intra Solis Regiam  
 Phœbæo currui quàm proximo choragio indu-  
 xit? Verùm quid è fabulis requiro argumen-  
 ta



## D E D I C A T O R I A.

ta fiducię ? cū amplissimā suggerat , unde depromptę prodiērent , Mathesis ipsa , scientia , proh ! quantum CÆSARIBUS AUSTRIACIS semper adamata , semper exculta. Novit Orbis , neque , dum stabit , deprædicare desinet verē Augustam Munificentiam gloriosissimæ memorię Antecessorum Tuorum , juxtā ac Tuam Magnificentiam in promovendis ornandisque studiis Disciplinarum , ac præsertim Mathematicarum. Idem immortale decus serisdecantabunt posteris tot celeberrimę Academię quā à fundamentis erectę , quā in pristinum splendorem restauratę , tótque illustrissima Opera Virorum in Mathematicis artibus eruditissimorum Tychonis Brahe , joannis Kepleri , Athanasii Kircheri , Gregorii à S. Vincentio , Gasparis Schotti , aliorumque complurium toti orbi publica auctoritate contestantium , quantum Mathesis universa , quantum earum Disciplinarum Princeps Astronomia acceptum referre debeat Augustissimæ Domui Tuæ , Tibique CÆSAR SAPIENTISSIME. Atque hi adeo profusi favores animarunt me , ut tenui huic Opusculo meo *Lucem* quæ de se careret , ab MAIESTATIS VESTRÆ SACRATISSIMÆ clementissimo patrocinio non vererer

ex



## EPIST. DEDICATORIA.

expetere; & verò in ipsâ Operis fronte Sciathe-  
ricum depictum, atque inter Umbras delitef-  
cens, quid aliud tacitè suspirat, exspectâtve,  
nisi vel unum è Tuis clarissimis splendoribus,  
benigni aspectûs Radium, quo simul à tenebris  
vindicaretur, simul ego ad ulteriora porrò me-  
ditanda accendar; accendar, inquam, ut dum  
Majestati Tuæ in Marte adeò ancipiti Aether  
ipse militat, conjuratae sub tua vexilla conspi-  
rant Victoriæ, totûsque Christianus orbis ad  
tua de Christi hostibus reportata trophæa ex-  
ultât, ego si non *armis*, certè *armorum* subfi-  
diis, si non virorum saltem *questionum centu-  
riis* adlaborem Tuis sub Victricibus Aquilis  
comparere *Centurio*, idest

SACRATISSIMÆ MAIESTATIS  
VESTRÆ

*Humillimus & Subjectissimus*

Antonius Wagner.



# AD LECTOREM.



**P**USCULUM Mathematicum tibi offero Lector amicissime, ad quod edendum num invenili gloria cupiditate seductus, an verò studio de aliis benemerendi fuerim excitus, egometipse ferè mihi dubitare videor. At diu certè mecum disputavi, num illud dignum haberi possit quod lucem aspiciat; nec aliter ex disputatione istà expedire me potui, nisi pluscula aliorum opera luce publicà donata in consilium adsciscens. Quæ animo ab omni philantià ( quantum mihi licuit ) alieno perlustrans ejusmodi reperi, ut verum sit etiam de ipsis illud Poëta: Sunt bona, sunt quædam mediocria &c. Nec ambigo, quin tu quoque multos, præsertim de re Mathematicâ, libros offenderis, iisque evolutis nihil uspiam perspexeris, quod aut novum esset, aut non jam antehac ab aliis doctum: nec inde tamen continuo, si æquus es, laudem ipsorum frustraberis, sed agnosces candidum de aliis benemerendi zelum, quo præventi putârunt, ea, quæ ab aliis inventa sunt, diversarumq; pennarum subsidio jam sæpius in lucem evolârunt, se adhuc vel lucidiùs, vel ordinatiùs, & ad captum discentium magis appositè posse proponere. Et hanc esse causam existimo, cur tot diversorum Authorum v. g. opuscula Geometrica circumferantur, quæ licèt singula ob proprium sibi docendi, proponendi, scribendi &c. modum inter se sint discrepantia, pleraque tamen nihil omnino quàm simplicem Geometria Doctrinam exhibent, quæ semper est eadem. In isto quoq; Opusculo multa hujus conditionis reperiēs, non vero omnia, sed multa præterea erunt, aliàs ( quantum ego quidem mihi conscius sum ) nuspiam visa, & quæ si alteri cuidam incidissent, materiam ei forsitan præbuisent de singulis singula opuscula conficiendi. Experientia id mihi persuadet: Nonnè enim unica Circini proportionalis inventio plures libros produxit? Alia item inventio Instrumenti cujusdam Geometrici nunquam antea visi nonnè ansam præbuit, non  
† tantum



# A D L E C T O R E M.

*tantum illud Instrumentum, verum totam etiam Geometriam, toties ab aliis jam summâ cum laude pertractatam describendi? Nonne Logarithmorum amor quendam adeo cepit, ut usum ipsorum, qui paucissimis lineis absolvi potuisset, per totam Trigonometriam tam Rectilineam quàm Sphericam explicare & ostendere voluerit? Sileo plura: & dico, isthac effecisse, ut Opusculum hoc in lucem emittere ausus sim, quæ si effectum suum non omni prorsus culpâ absolvere, me certè labe temeritatis eximere valebunt. En! totius opusculi Synopsis*

*Sectio 1. Manu ductio est ad sequentia, partem scilicet Doctrinæ de Numeris seu Radicibus surdis complectens.*

*Sectio 2. Quæstiones Arithmeticae speculativæ proponit, & tam per Algebram, quàm per Regulas ex solutione Algebraicâ deductas resolvit. Inde quoque ex ætènta Quæstionum, Solutionum Algebraicarum, & subsequentium Regularum inspectione methodum novam discas, qua similes Regulas ex Algebra pro aliis quibuscunq; quæstionibus & Arithmeticè & Geometricè solvendis possis componere. Item in Quæst. 18 invenies paradigma, Demonstrationes quasdam ex Algebra reperiundi. Deinde sequitur Doctrina primùm de progressionibus Arithmeticis (quæ plurimùm utiq; in Mathesi possunt) tum de Numeris & Radicibus Polygonis exinde nascentibus.*

*Sectio 3. Quæstiones Trigonometricas cum Problematibus quibusdam, & Theorematibus novis continet, quæ sæpius in Geometria practica quoque usui sunt.*

*Sectio 4. Propositiones aliquot, quæ in Geometria practica possunt occurrere, solvit, & rursus unum aut alterum Theorema vel Problema novum adjungit. Inter alia quæst. 45. methodum docet ab Oreometris nostris ad Ichnographias subterraneas Fodinarum, Minerarum &c. ope acûs Magnetica faciendas hîc loci usurpatam, unâ cum ipsius Demonstratione. Posthac nova Doctrina Artis*

*Visoria*



*Visoria*, seu dimetiendorum doliorum traditur; ubi cum dolium, non (ut hactenus) duobus ad bases congruentibus curticonis, sed Sphaeroidi oblongo ex utraque parte resecto comparetur, reperies totam & Ellipseon & Sphaeroideon dimensionem, demonstrationibus Mathematicis conformem. Quae Doctrina apud omnes, quotquot hucusque de Arte Visoria scripsisse comperi, desiderabatur.

Sectio 5. Exemplis Arithmetica practica constat: selegi autem (cum id mihi liberum fuerit) exempla illa, quae circa compositiones & mixturas Metallorum occupantur, & quae integrum Rei Monetariae calculum aut exponant, aut saltem complectantur: hinc omnia (uti pleraque, quae in praxi occurrunt) sanè facilia sunt; Quaestio tamen 77 ex Hydrostatica est, & altioris paululum indaginis.

Sectio 6. Figuras Architecturae Militaris sub calculum Trigonometricum vocat, & proportionales praecipuarum in hac scientia Linearum juxta diversorum Authorum praecepta investigat. Deinde ex mea penu unum aut alterum Problema addidi in Quaest. 82, 83 & 84, non quod hac in scientia docere velim, ipsemet doceri cupidissimus, sed quod viderim, per ista mea problemata novam iterum rationem pro quibusdam figuris Geometricè delineandis detegi; quantum autem ad Regulas Architecturae Polemicae pertinent, tantum cujusvis probè sentientis judicio subjecta sunt.

Sectio 7. Pro calculo in Astronomia praecipuè usitato declarando, Observationes non paucas horrendi illius Cometae, qui ad finem ANNI 1680, & initium 1681 apparuit, adhibet. In quaest. autem 94 novum & nobile Problema proponit, qua ratione Tabula quaecunque seu Geometrica seu Astronomica, vel alterius cujuscunque scientiae sint, examinari, & (absque illarum scientiarum notitia) pro iis etiam minutiis, quas ipsae Tabulae non exhibent, compleri possint; pro iis etiam minutiis, inquam, quas Tabulae non exhibent: nam Numeri Proportionalis illa inventio

† 2

nuda,



A D L E C T O R E M.

*nuda, quam praescribunt, legibus Mathematicis plerumque minime  
satisfacit.*

*Sic, quid in toto Opusculo contineatur, ex sesqui pagina didicisti.  
Tu istis fruiere, & si DEUS vitam largiatur, tempusq; faveat,  
plura hisque haud dubie meliora exspecta. Exspecta, inquam:  
quia identidem experiar, num Tempus meum alias quoque Horas  
valeat profundere. Interea vin' & meum de re mea iudicium?  
Dicam cum Poeta:*

Qui legis ista, tuam reprehendo, si mea laudas  
Omnia, Stultitiam: si nihil, Invidiam.

Q V Æ.





# QUÆSTIONUM MATHEMATICARUM SECTIO I.

## DE NUMERIS, SEU RADICIBUS SURDIS.



**Q**UID sint lineæ, seu Numeri Rationales, Irrationales, Commensurabiles, Incommensurabiles &c. supersedeo explicare, quia qui Euclidem evolverit, hæc haud dubiè probè cognita habebit; illis verò, quibus Euclides omninò ignotus, satis consultum erit, si datis ad singulas Quæstiones Regulis velint acquiescere.

Hoc tamen notandum, cum omnis numerus affectus signo Radicali ✓, sit *surdus* non autem *Irrationalis*, juxta definit 6. lib. 10. *Euclid.* idè omnibus iis numeris, qui affecti sunt signo ✓, manebit etiam hîc denominatio *surdorum*, & non (ut apud alios quosdam absque discrimine) *Irrationalium*. Jam sit



## Q U Æ S T I O. I.

Lineæ rectæ AB. portiones inter se Commensurabiles sunt AC.  $\sqrt{18}$ . BC  $\sqrt{8}$ . quæritur AB. *fig. 1.*

## Regula.

I. Adde quadrata datarum portionum (AC. BC.) II. multiplica etiam hæc quadrata inter se. III. ex hoc *producto* extrahe Radicem quadratam IV. Hujus Radicis duplum adde *aggregato* n. I. ( idest in primo hujus Regulæ Præcepto ) invento. V. huic toti aggregato præpone signum  $\sqrt{\quad}$  idest: extrahe inde Radicem quadratam, & habebis totam lineam (AB.) quæsitam.

## Demonstratio.

Datur à Federico Commandino Euclidis commentatore, *ad prop. 20. lib. 10. theoremate 3.*

## Operatio.

| Præcept. I.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | II.                                                                                                                                           | III.                                                                                                                                                  | IV.                                                                                                                                          | V.                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin-bottom: 5px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> </div> <div> AC. 18<br/>BC. 8<br/><hr style="width: 100%;"/>26 </div> </div> | <div style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;"> 18<br/>8<br/><hr style="width: 100%;"/>144 </div> | <div style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;"> 144<br/>144<br/>2<br/><hr style="width: 100%;"/>44 </div> | <div style="border-left: 1px solid black; border-right: 1px solid black; padding: 0 10px;"> 12<br/>2<br/><hr style="width: 100%;"/>24 </div> | <div style="border-left: 1px solid black; padding: 0 10px;"> 26 n. I.<br/>24<br/><hr style="width: 100%;"/>50<br/><math>\sqrt{\quad}</math> 50 AB. </div> |

Et hæc est *Radicum surdarum* seu commensurabiles sint longitudine, seu tantum potentiâ, ad invicem *additio*.

II. Recta AB. est  $\sqrt{50}$ . & portio ei commensurabilis CB.  $\sqrt{8}$ . quæritur portio reliqua AC. *fig. 1.*

## Regula.

I. Adde quadrata portionis (CB.) & totius (AB.) II. multiplica etiam hæc quadrata inter se. III. Ex hoc *producto*



# De numeris, seu Radicibus Surdis. 3

*Ita extrahe Radicem quadratam IV. Hujus Radicis duplum aufer ab aggregato N. I. invento. V. Residuo præpone signum ✓ & habes portionem (AC.) reliquam.*

## Demonstratio.

Datur ab eodem Authore *loc. cit. theorem. 4.*

## Operatio.

| Præcept.                                                                                                                                                                                                                                                            | I.                                                                                                                                                                                                                                                                  | II.                                                                                                                                                                                                                                                                 | III.                                                                                                                                                                                                                                                                | IV.                                                                                                                                                                                                                                                                 | V.       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | ✓ 18 AC. |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> | <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> <div style="position: absolute; top: 0; left: 0; width: 100%; height: 100%; border: 1px solid black;"></div> </div> </div> |          |
| <div style="display: inline-block; width: 100px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%; position: relative;"> </div></div>                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                     |          |



los numeros esse longitudine inter se commensurabiles, uti etiam Michael Stifelius in *Cossâ Christophori Rudolff. appendic. ad cap. 7.* animadvertit, ubi Ille numeros, quos ego cum Euclide voco *commensurabiles* nominat *communicantes*.

III. Lineæ rectæ AP. portiones sunt AD. 5. & DB.  $\sqrt{6}$ . (ergo tota AB. est 5. +  $\sqrt{6}$ .) rectæ autem BC. portiones BE.  $\sqrt{3}$ . EF. 5. & FC.  $\sqrt{5}$ . (ergo tota BC. 5. +  $\sqrt{5}$  +  $\sqrt{3}$ .) quæritur rectangulum ABC. fig. 2.

### Regula.

I. Multiplica singula nomina, vel singulas portiones (rectæ AB.) per singula nomina (alterius rectæ BC.) II. omnia producta vel per quæst. I. vel per signum + adde, & habebis rectangulum (ABC.) quæsitum.

### Demonstratio.

Si enim applies AD. ad BE. hoc est ad DG. habes rectangulum AG. Secundò si applies DB. ad BE. habes rectangulum DE. Tertiò si applies AD. seu MG. ad EF. seu GH. habes rectangulum MH. Quartò sic ex DB. seu GE. & EF. fit rectangulum GF. Quintò: Ex AD. seu LH. & FC. seu HI. fit rectangulum LI. Sextò denique ex DB. seu HF. & FC. fit rectangulum HC. sed hæc sex rectangula constituunt totum rectangulum ABC. quod quærebatur, uti demonstrat *Federicus Commandinus theor. I. ad prop. I. lib. 2. Euclid.*

### Operatio.

| AG.             | DE.             | MH.    | GF.              | LI.              | HC.             |
|-----------------|-----------------|--------|------------------|------------------|-----------------|
| AD. 5           | DB. $\sqrt{6}$  | MG. 5  | GE. $\sqrt{6}$   | LH. 5            | HF. $\sqrt{6}$  |
| DG. $\sqrt{3}$  | BE. $\sqrt{3}$  | EF. 5  | EF. 5            | HI. $\sqrt{5}$   | FC. $\sqrt{5}$  |
| AG. $\sqrt{75}$ | DE. $\sqrt{18}$ | MH. 25 | GF. $\sqrt{150}$ | LI. $\sqrt{125}$ | HC. $\sqrt{30}$ |

Hæc



# De numeris, seu Radicibus Surdis.

Hæc sex rectangula addita invicem (ubi hic ordo observari solet, ut *maius nomen præponatur minori*) constituent totum rectangulum ABC. uti vides.

MH.      GF.      LI.      AG.      HC.      DE.  
 $25 + \sqrt{150} + 125 + \sqrt{75} + 30 + \sqrt{18}$

IV. Rectæ AB. portiones sunt AC. 4. & CB.  $\sqrt{11}$ . quæritur quadratum rectæ AB. *fig. 1.*

## Regula.

I. Adde quadrata portionum III. multiplica portiones inter se. III. hoc productum duplicatum adde ad aggregatum n. I. inventum & habes quadratum rectæ (AB.) quæsitum.

## Demonstratio.

Si recta (AB.) secta fuerit utcunque, verbi gratiâ in C: quadratum, quod fit à tota (AB.) erit æquale & quadratis partium (AC. CB.) & ei rectangulo, quod bis dictis partibus (AC. & CB.) continetur, per 4. 2. Euclid.

## Operatio.

Præcep. I.

II.

III.

|                                                                                                |                                                                                                           |                                                                     |                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} \square \text{ AC. } 16 \\ \square \text{ CB. } 11 \\ \hline 27 \end{array}$ | $\begin{array}{r} \text{AC. } 4. \\ \text{CB. } \sqrt{11}. \\ \hline \text{ACB. } \sqrt{176} \end{array}$ | $\begin{array}{r} \sqrt{176} \\ 2 \\ \hline \sqrt{704} \end{array}$ | $\begin{array}{r} \sqrt{704} \\ 27 \\ \hline 27 + \sqrt{704} \end{array} \quad \square \text{ AB.}$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|

V. Recta AB. est 4. portio CB.  $\sqrt{11}$ . ergo portio AC. 4.  $\sqrt{11}$ . quæ est *Apotoma*, quæritur quadratum ipsius *Apotome* AC. idque (licet Commandinus in prop. 3. ad prop. 34. l. 10. Euclidis id inveniri per hanc propositionem neget) per propositionem 4. lib. 2. Euclid, *fig. 1.*



## Regula.

I. Multiplica totam (AB.) quadratè, II. multiplica por-  
 tiones inter se ( nempe AC. per CB. ) III. ad hujus *producti*  
 duplum adde quadratum portionis ( CB. ) quæ *unum tantum*  
*nomen* habet. IV. *Totam* denique *summam* subtrahe ex qua-  
 drato totius ( AB. ) num. i. invento , & habes quadratum  
 ( AC. ) quæsitum.

## Demonstratio.

Petitur ex citata prop. 4. lib. 2. nam si rectangulum  
 ACB. duplicem , & huic duplo addam quadratum portionis  
 minoris CB. tunc quadratum totius AB. dictam *summam* ad-  
 huc superabit quadrato AC. itaq; si subtraham hanc *summam*  
 ex quadrato totius AB. remanebit quadratum AC. quæsitum  
 Vide figuram sæpiùs citatæ propositionis 4. lib. 2. Eucl. & ei  
 hanc demonstrationem applica , clarèque veritas datæ *Re-*  
*gula* apparebit.

## Operatio.

| I.                    | II.                                             | III.                                              |
|-----------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| AB. 4<br>4<br>—<br>16 | AC. 4 — ✓ 11.<br>BC. — ✓ 11.<br>—<br>✓ 176 — 11 | ✓ 176 — 11<br>2<br>—<br>✓ 704 — 22<br>✓ 704 — 11. |
|                       |                                                 | 11 □ CB.                                          |

Nunc ✓ 704. — 11. + □ AC. æquantur ( *per datam*  
*demonstrationem* ) quadrato totius AB. 16. ergo utrinque adde  
 11. & erunt ✓ 704 + □ AC. æqualia ( *per axiom. 2. l. 1. Eucl.* )  
 ipsis 27. Rursus subtrahe utrinque ✓ 704. & ( *per axiom. 3. loc.*  
*cit.* ) æqualebit quadratum AC. his 27. — ✓ 704. quod  
 quærebatur. Vel juxta datæ regulæ præceptum quantum  
 sc.

□ AB.



$$\square \text{ AB. } 16 \text{ — } 0$$

$$\checkmark 704 \text{ — } 11$$

$$\square \text{ AC. } 16 \text{ — } \checkmark 704 + 11. \text{ idest } 27. \text{ — } \checkmark 704$$

Hæc subtractio sic fit. Primò, si subtrahas — 11. ex — 0. remanent + 11. (nam si numerus inferior sit major superiori ut 11. respectu 0, & signa sint similia, tunc scribitur signum contrarium) deinde subtrahis  $\checkmark 704$ . ex 16. & remanent 16. —  $\checkmark 704$ . totum ergo Residuum est 16. —  $\checkmark 704$ . + 11. idest 27. —  $\checkmark 704$ .

Qui leget meam operationem & lectam conferet cum propositione vel Theoremate 3. ad prop. 34. l. 10. Fed. Commandini, is causam & originem nostri dissensus facile advertet. Commandinus enim putat eos, qui ex prop. 4. libri secundi Euclidis, id Apotomes quadratum sibi inveniendum proponunt, cogi dicere, si minus per minus multiplicetur, produci plus; quod verum non esse, cum Cardano ipse affirmat. Ego verò (uti positam operationem examinanti patebit) nusquam minus per minus multiplicare coactus sum, ita ut mea ejus quadrati inventio in hanc controversiam (utrum scilicet — multiplicatum per — producat +) neutiquam inciderit. Quin etiam assero contra ipsum, si minus per minus multiplicetur, produci plus: quod primò statim ad oculum ostendo per exemplum aliquod in numeris rationalibus, seu communibus. Sint enim 16 — 3. multiplicandi per 12. — 8. (idest 13. per 4.) certum est debere provenire 52. Instituat itaque multiplicatio, &

primò quidem + 16. per + 12. faciunt + 192. (+ enim per + omnibus affirmantibus facit +)

secundò — 3. per + 12. faciunt

$$\begin{array}{r} 16 \text{ — } 3 \\ 12 \text{ — } 8 \\ \hline 192 \text{ — } 36 \\ 128 + 24 \\ \hline 192 \text{ — } 164 + 24 \\ \hline \text{— } 36. \end{array}$$

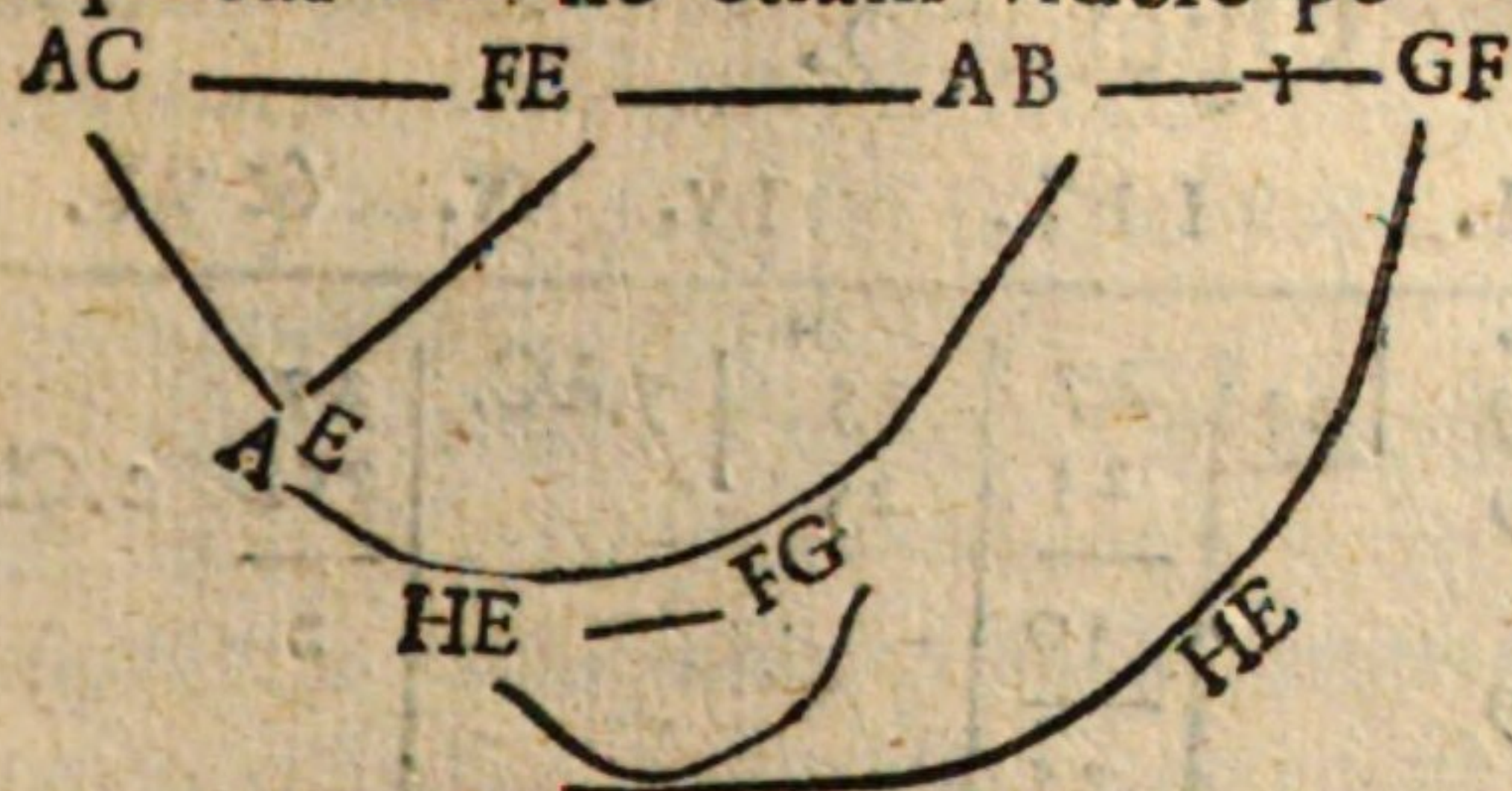


— 36 ( — enim per + etiam ipso Commandino *in theoremate 5. loc. cit.* affirmante, producit — ) Tertiò + 16. per — 8 faciunt — 128. Quartò multiplicentur — 3 per — 8 & fient quidem 24. dubium autem adhuc hæret, quonam signo afficiendi. Dico ergo, hos 24. esse afficiendos signo + : non enim, sed si fieri potest, debeant esse — 24. ergo productum ex multiplicatione inventum erit 192 — 164. — 24. hoc est 4. quod est erroneum, debent enim provenire 52. ergo illis 24. non rectè præponitur Signum — : si verò iisdem præponatur signum + tunc productum ex multiplicatione erit 192. — 164. + 24. id est 52. quod etiam ita se habere debet. Ergo illis 24. qui proveniunt ex multiplicatione — 3. in — 8. adjungendum est signum + id est : *si minus multiplicetur per minus, tunc producitur plus*, quod erat ostendendum.

Idem aliter ex fig. 3. Sit in rectangulo ADC. recta DC. 16. portio EC. 3. ergo reliqua DE. 16. — 3. Recta autem AD. seu FC. sit 12. portio FB. 8. ergo BC. 12. — 8. quaeritur rectangulum contentum rectis BC. & DE. Primò vides ex operatione mea provenire 192. — 164 + 24. vel adhuc clariùs AC. 192. — FE. 36. — AB. 128. + FG. 24. quod etiam totum ( excepto + FG. 24. ) ex operatione Commandini provenit: cùm autem sola difficultas sit in signo præponendo *huic* FG. 24. dico eidem rectè præponi signum + : Non enim AC. — FE. — AB. — GF. sed AC. — FE. — AB. + GF. æquantur ipsi rectangulo quaesito GD. nam primò AC. — FE. æquatur AE. Secundò AC. — FE. ( hoc est AE. ) — AB. æquantur HE. — FG. Tertiò AC. — FE. — AB. ( id est HE. — FG. ) + GF. est ipsum rectangulum HE. quod quaerebatur, ergo clarè vides, ut productum ex multiplicatione FA. 16. — EC. 3. in FC. 12. — FB. 8. verum & æquum habeatur esse scribendum AC. 192. — FE.



— FE 36. — AB 128. + FG 24. & non AC 192. —  
 FE 36. — AB 128. + FG 24. & per consequens, si  
 minus per minus multiplicetur, produci plus, quod erat de-  
 monstrandum. Quod autem AC. — FE — AB +  
 GF æquetur HE sic etiam videre poteris in eàdem fig.



idest: AC — FE æq. AE deinde AE — AB æq. HE — FG  
 postremò HE — FG + GF æq. HE

VI. Radicem quadratam ex binomiis extrahere Chri-  
 stophorus Rudolff in sua Cossa cap. 11. sic docet. Quadratum  
 rectæ AB sit 27 + √ 200. quæritur ipsum latus AB. in fig. 1.

### Regula.

I. Subtrahe quadrata partium ab invicem (idest, quadra-  
 tum *minoris Nominis*, à quadrato *majoris Nominis*. II. Ex re-  
 siduo extrahe radicem quadratam. III. hanc adde ad *Nomen*  
*majus* (idest: *juxta dicta ad finem quæst. 3. ad numerum preposi-*  
*tum*) & summam bifariam divide. IV. Radix hujus *dimidii* est  
*majus Nomen* lateris AB. (nempe AC.) V. subtrahe illud ipsum  
*dimidium* num. III. inventum, ex *majori Nomine* propo-  
 siti quadrati. VI. ex residuo quære radicem quadratam.  
 VII. hanc adde ad *majus venturæ radiceis Nomen* num. IV.  
 inventum per signum +, & habes totum latus (AB.) quæ-  
 situm.



## Demonstratio.

Datur à Michaële Stifelio ejus Commentatore *in append. cap. cit.* quæ demonstratio ex Algebrâ pulchrè deducitur.

## Operatio.

| Præc.                                                                                                  | I.                                                    | II.                                                                     | III.                                                                | IV.                                                                          | V. | & VI. |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| $\begin{array}{r} 27 \square \cdot 729 \\ \checkmark 200 \square \cdot 200 \\ \hline 529. \end{array}$ | $\begin{array}{r} 529 \\ 129 \\ 4 \\ 129 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 23 \\ \hline 27 \\ 23 \\ \hline 50 \\ 25 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 25 \\ 25 \end{array} \quad   \quad 5 \text{ AC.}$ | $\begin{array}{r} 27 \\ 25 \checkmark 2 \text{ CB.} \\ \hline 2 \end{array}$ |    |       |

ergo totum latus AC 5 + CB  $\checkmark 2$ : id est AB 5 +  $\checkmark 2$ .

VII. Aliter *binomialis spatii* latus quadratum invenitur per prop. 55. lib. 10. Euclidis. Sit datum quadratum SP 27 +  $\checkmark 200$ . quæritur ejus latus TP *in fig. 4.*

## Regula &amp; ejus Demonstratio.

I. Pone rationalem AB 1. II. ad hanc applica rectangulum AC æquale dato quadrato SP *per coroll. prop. 45. lib. 1. Eucl.* Cum ergo AB sit 1, erit AD 27 +  $\checkmark 200$ . III. hæc AD dividatur in sua Nomina 27 &  $\checkmark 200$  ad punctum E, ut AE sit 27 & ED  $\checkmark 200$ . IV. dividatur recta ED  $\checkmark 200$  in F bifariam, eritque EF  $\checkmark 50$  ejusque quadratum 50. V. huic quadrato 50 æquale *parallelogrammum* AI *deficiens figurâ quadratâ* applicetur ad rectam AE (*per 28. 6. Eucl.*) erit ergo parallelogrammum AI etiam 50. VI. quoniam igitur AI est 50 & recta AE 27; recta autem GI æqualis rectæ GE sit GE Ze erit quadratum IE 13. rectangulum verò AEG erit 27 Ze huic æquantur AI 50 + IE 13. & factâ reductione Algebraicâ, æquivalent 1 Ze id est GE & 2: ergo AG erit 25, & rectangulum



gulum AH 25 (ponebatur enim ab initio recta AB esse 1) huic æquatur (*per cit. prop. 55. l. 10.*) quadratum SN cuius latus, seu radix MN seu TR erit 5. VII. Rursus quoniam GE est 2, & AB seu GH 1, erit rectangulum GK 2. huic (*per eandem prop.*) æquale est quadratū NP cuius latus seu radix RP erit  $\sqrt{2}$ . VIII, totum itaque TP, quod scilicet componitur ex TR 5, & RP  $\sqrt{2}$ , erit  $5 + \sqrt{2}$ . quod quærebatur, & ei, quod in *quest. preced.* inventum, æquale est.

Eodem modo (mutatis mutandis) extrahetur radix quadrata ex *spatiis Apotomarum* per prop. 92. l. 10. quia verò hæc operatio valde laboriosa, & magis subtilis, quam utilis, ideò minùs forsan arridebit: licebit autem securè sequi Regulam Christophori Rudolff, quæ tam omnibus binomiis quàm Apotomis convenit, modò pro radice Apotomarum signum +, connectens Nomina, mutetur in —, uti ostēdit Michaël Stifelius in *append. loc. cit.*

VIII. Recta AB est *Extremâ ac mediâ ratione* secta in C. (idest: ut sit AB ad AC sicut AC ad CB *per 30.6. Eucl.*) in *fig. 5.* quæritur sine Cossâ, quanta sit portio AC & quanta CB.

### Regula, & ejus Demonstratio.

I. Ex datâ AB (*per 11. 2.*) describatur quadratum BG sitque AB 10, erit quadratum BG 100. II. latus AG dividatur bifariam in D, & jungatur DB. III. Producat DA versus E, donec DE fiat æqualis ipsi DB. IV. describatur ex AE supra rectam AB quadratum EC, ducaturq; CF ipsi AG parallela, & erit figura perfecta, & recta AB *extremâ ac mediâ ratione* secta in C. Quoniam igitur recta AG, æqualis datæ AB 10 bifariam secatur in D, erit AD 5; hujus quadratum 25 junctum quadrato AB 100, efficit (*per prop. 47. l. 1. Eucl.*) quadratum DB: 125, est itaque latus DB, & huic æquale DE  $\sqrt{125}$ . Est autem DA 5, ergo AE erit  $\sqrt{125} - 5$ , & huic æqua-



æqualis AC etiam erit  $\sqrt{125} - 5$ ; ergo CB minor portio erit  $10 - (\sqrt{125} - 5)$  hoc est  $15 - \sqrt{125}$ . Portiones igitur AC, CB rectæ lineæ AB *extremâ ac mediâ ratione* sectæ invênimus, quæ quærebantur.

IX. Quæritur eadem solutio per Algebram. Pone pro portione AC (*in ead. fig.*)  $1Z$ . ergo ut AB 10 ad AC  $1Z$ : ita CA  $1Z$  ad CB  $\frac{1}{10}Z$  (*per prop. 30. l. 6. Eucl.*) Subtrahe inventam portionem CB.  $\frac{1}{10}Z$  ex tota AB, erit AC  $10 - \frac{1}{10}Z$ . Ponebatur autem pro eâdem portione AC  $1Z$  ergo  $10 - \frac{1}{10}Z$  æquantur  $1Z$ , adde utrinque  $\frac{1}{10}Z$ , & erunt (*per axiom. 2. l. 1. Eucl.*)  $10$  æqualia  $1Z + \frac{1}{10}Z$  subtrahe rursus utrinque  $1Z$ , & erunt (*per ax. 3. l. 1.*)  $10 - 1Z$  æqualia  $\frac{1}{10}Z$ . Multiplica utrinque, pro tollendis fractionibus, per  $10^{10}$  & erunt  $100 - 10Z$  æqualia  $1Z$ . Extrahe radicem utrinque quadratam, uti vides.

$$\begin{array}{rcl} 100 & - & 10Z \text{ æq. } 1Z \\ \text{adde } 25 & & 5 \text{ med.} \\ \hline 125 & & 25 \square \end{array}$$

Radix ex 125 est  $\sqrt{125}$ , ex qua subtrahe 5, & residuum  $\sqrt{125} - 5$  æquabitur  $1Z$ , nempe portioni AC ut suprâ. Itaque hæc esto.

### Regula.

I. *Totius rectæ* dimidium quadra. II. huic quadrato adde quadratum totius. III. ab hujus aggregati radice quadratâ subtrahe dimidium *totius rectæ*, & habebis *maorem portionem*. IV. hanc *portionem* aufer ex *tota rectâ data*, & remanebit *portio minor*.



## Demonstratio.

*Constructionem* hujus Regulæ vides, ex supra positâ extractione Algebraicâ radicis quadratæ *totam* dimanare. I. enim vides, numerum congruentem ipsi datæ rectæ AB ( seu AG ) mediari, & hoc dimidium ( DA ) quadrari, & venit quadratum rectæ DA. II. huic quadrato addi quadratum totius rectæ datæ, id est quadratum rectæ AB additur quadrato DA, & venit (*per* 47. 1. *Eucl.*) quadratum DB, III. ab hujus quadrati latere DB seu DE subtrahi DA dimidiam scilicet totius AG seu AB, & relinquitur major portio AE seu AC IV. hanc portionem AC auferri ex tota recta data AB, & remanebit portio minor CB.

Hanc datæ Regulæ constructionem non frustra huc posui, sed quia tam apertè manifestat, & ostendit conformitatem Algebraicarum operationum, & Geometricarum delineationum ac demonstrationum; ideò congruum operæ pretium duxi, illam pluribus declarare, ut industriis harum Disciplinarum cultoribus planissima via sternatur, tam ex Geometricis demonstrationibus Regulas Algebraicas eliciendi, quàm è converso ex Operationibus & Processibus Algebraicis & Delineationes & Demonstrationes Geometricas aucupandi. Lectorem itaque ostensæ Conformitati diutiùs paululùm in-hærere, & seriâ Phantasiæ applicatione acriùs considerare valde cuperem, quòd suprapositus Processus secundùm communes & notas Algebrae regulas, sicut & extractio radicis fuerint peracti: ex hoc Processu Algebraico Regula constructa: ex hac autem Regulâ constructio & delineatio illius ipsius figuræ, quam ad hunc finem Euclides *lib. 2. prop. 11* adhibet, discatur: & à primo ad ultimum, non tantùm in hoc, sed ( uti in sequentibus magis adhuc elucescet ) etiam in plurimis aliis casibus ex operationibus Algebraicis tam Theoremata no-



va & demonstrationes, quàm Problemata & delineationes Geometricæ possint componi. Hæc itaque benè percipe, & nullus ambigo, quin (si ullo Theoricorum amore tenearis) ingenti cum alacritate ad similia plura investiganda unà mecum sis advolaturus.

### Regula brevior.

I. Fiat ut 4, ad 5. ita quadratum datæ rectæ AB ad quadratum rectæ DE. II. Ab hac rectâ DE aufer diametrum totius AB, nempe rectam DA, & remanet portio major AE seu AC. III. minorem portionem CB quære ut suprà.

### Demonstratio.

Patet ex additis à Commandino ad prop. i. l. I 3. *propositione 1. part. 2.*

### Operatio.

I. ut 4 ad 5 ita  $\square$  AB 100 ad  $\square$  DE 125

|              |                          |
|--------------|--------------------------|
| DE. ✓ 125    | AB. 100 + 0              |
| DA 5         | AC. ✓ 125 — 5            |
| AE ✓ 125 — 5 | CB. 15 — ✓ 125 ut suprà. |

X. Ex his facilè colligi potest, quomodo datâ quâlibet portione rectæ lineæ extremâ ac mediâ ratione secta vel sine Cossa, vel per Cossam sit inveniendâ & tota recta lineæ, & reliqua portio adhuc incognita.

Hæ sunt Quæstiones pro Doctrinâ numerorum Surdorum expli-



explicandâ, quæ præmittendæ erant, quia usus eorum in sequentibus sæpiùs orcurreret.



## SECTION II.

### QVÆSTIONES EX ARITHMETICA CONTINENS.

**N**ihil pro hac *Sectione* præmonendum occurrit, nisi quòd illius *Quæstiones* tales sint, quas & ad Geometriam haud inutiles judicaverim, & quarum solutiones Algebraicæ uberem novorum cùm problematum tum theorematum Geometricorum mensem sedulo Cultori polliceatur.

### Q U Æ S T I O

**XI.** Da numerum, qui suû dimidium multiplicans faciat 72.

Solutio per Algebram.

Pone quæsitum numerum esse  $1 \cdot Z$ , ergo ejus dimidium erit  $\frac{1}{2} Z$ . Multiplica  $1 \cdot Z$  per  $\frac{1}{2} Z$  evenit  $\frac{1}{2} Z^2$ , cui æquantur 72. Pro tollendis itaque fractionibus multiplica utrinque per 2, &  $1 \cdot Z$  æquabitur 144. Extrahe utrinque radicam quadratam, & erit  $1 \cdot Z$  æqualis 12 ergo 12 est numerus quæsitus qui suû dimidium 6 multiplicans facit 72. Vnde sit.



## Regula.

Ex duplo *facti numeri* extrahe radicem quadratam, & habes quæsitum numerum.

Nota. *Factus numerus* hic & in sequentibus cum Euclide vocatur ille, qui ex *multiplicatione duorum numerorum* fit: unde in posito exemplo & Regulâ per *numerum factum* intelligitur numerus 72, quia hic oritur ex multiplicatione unius numeri in sui dimidium.

## Demonstratio

Seu potiùs origo hujus Regulæ, & plurium sequentium petenda est ex operationibus seu processibus Algebraicis, quos idcirco semper præmitto, ut clarè pateat, quo ex fundamento hæ Regulæ sint constructæ. In dicto autem casu seu exemplo ratio regulæ est, quia semper  $\frac{1}{2}$  æquabitur *facto numero* 72 ergo ut Integri ad Fractiones reducantur, debes utrinque multiplicare per denominatorem fractionis, id est in hoc casu per 2, quod ipsum est *duplicare*; dein æquabitur 1 & duplo *facti numeri* 144. ergo extrahenda est radix quadrata, ut eveniat valor 12. pro numero quæsito.

XII. Divide numerum 25 in alios duos, quorum medius proportionalis sit 12.

## Solutio per Algebram.

Pone pro minori numero inveniendò 12, ergo major erit 25 — 12 & dic, ut 12 ad 12 ita 12 ad 25 — 12 multiplica *primum terminum* 12 per *ultimum* 25 — 12 & productum 25 12 — 12 erit æquale (per 17. 6. aut 20. 7. Euclid.) quadrato *medii* 12. nempe quadrato 144. Adde utrin-



# Quæstiones ex Arithmetica continens. 17

utrinque 1 3, erunt 25 Ze æqualia 144 + 1 3, subtrahe utrinque 144, eruntque 25 Ze — 144 æqualia 1 3: Extrahe ergo utrinque radicem quadratam, uti vides:

$$\begin{array}{r}
 25 \text{ Ze } — 144 \text{ æq. } 1 \text{ 3} \\
 \hline
 \text{dimid. } 25 \quad \quad \quad 4 \\
 \hline
 2 \quad \quad \quad 576 \\
 \hline
 \square. \quad 625 \quad \quad \quad 4 \\
 \hline
 4 \quad \quad \quad 25 \\
 \hline
 576 \quad \quad \quad 2 \\
 \hline
 \text{subtr. } 4 \quad \quad \quad 7 \text{ subtr.} \\
 \hline
 49 \text{ Radix est } 7 \text{ subtr.} \\
 \hline
 4 \quad \quad \quad 2
 \end{array}$$

resid.  $\frac{18}{2}$  id est 9 æq. 1 Ze, qui est nu-

merus minor, ergo major erit 25 — 9, seu 16.

Proba.

Vt 9 ad 12, ita 12 ad 16, uti ponebatur. Ex his construi tur sequens

Regula.

- I. Dimidiū totius Numeri (25) quadra. II à quadrato ( $\frac{625}{4}$ ) subtrahe quadratum medii proportionalis (144, vel  $\frac{576}{4}$ ) III. Ex residuo ( $\frac{49}{4}$ ) extrahe radicem quadratam (7) IV. quam subtrahe à dimidio totius numeri (id est à  $\frac{25}{2}$  &



habes *numerum* quæditorum *minorem*. V. hujus (9) complementum ad *numerum totum* (25) erit *numerus major* (16).

### Demonstratio

hujus Regulæ tota quanta ex inspectione superioris operationis Algebraicæ patebit, ut plura verba facere non opus esse censeam. Ex hac autem solutione prodit

Corollarium, quemlibet numerum in datam proportionem secandi, vel dividendi.

XIII. Divide numerum 20 in alios duos, qui se multiplicantes faciant 75.

### Solutio per Algebram.

Pone *majorem numerum* esse  $1\ Z$ , erit *alter*  $20 - 1\ Z$ , hi multiplicati dant  $20\ Z - 1\ j$ , qui sunt æquales *Facto* 75, & factâ reductione  $20\ Z - 75$  æq.  $1\ j$ .

### Extractio Radicis.

$$\begin{array}{r}
 20\ Z - 75 \\
 \hline
 \text{dimid. } 10 \\
 \hline
 \square. 100 \\
 75 \\
 \hline
 25 \text{ radix est. } 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \diagup \\
 \diagdown
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 10 \text{ adde} \\
 5
 \end{array}$$

$1\ 5$  *numerus major*, ergo *minor* erit 5: nam  $1\ 5$  & 5 faciunt 20: &  $1\ 5$  multiplicati per 5 dant 75, uti p̄cebat̄ur. Sit ergo

### Regula.

- I. *Totum numerum* (20) dimidia. II. ab hujus *dimidii* (10) quadrato (100) subtrahere *numerum factum* (75)
- III, Ex



III. Ex *residuo* ( 25 ) extrahe radicem quadratam. IV. hanc ( 5 ) adde ad *dimidium* ( 10 ) N. I. inventum, & habes *num- rum* quæditorum *maiores* ( 15 ) V. hujus complementum ad *totum numerum* ( 20 ) est *minor numerus* ( 5 ) quæsitus.

### Demonstratio.

Patet tam ex processu Algebraico supraposito, quàm ex demonstratione ( quæ cum dicto processu quasi eadem est ) Commandini *ad prop. 18. l. 10. Euclidis*. Aliam demonstrationem ego etiam hîc propono *in fig. 6.* quam sic intellige. Linea dividenda, seu *totus numerus* 20, sit DG: *Factus* autem *numerus* 75 sit æqualis spatio rectilineo E. Fiat ergo huic spatio rectilineo E æquale quadratum ( *per prop. 14. l. 2. Euclid.* ) hujus quadrati unum latus sit KH. Nunc videamus quid data Regula nobis faciendum præcipiat.

I. Tota recta DG dividatur bifariam in F, ut DF sit dimidia totius DG. Dividatur etiam DF bifariam in M, & centro quidem M, intervallo autem MF aut MD describatur semicirculus FBD, & ponatur DB æqualis ipsi HK ( *per 1.4. Euclid.* ) & BF jungatur, erit ergo *angulus* rectilineus FBD ( *per 31. 3. Euclid.* ) *Rectus*. Deinde centro F, intervallo FB describarur circulus ABC, ergo C *per Coroll. prop. 16. l. 3. Euclid.* ) recta DB circulum ABC tanget in B.

Per hanc constructionem præcepto II & III superioris regulæ satisfacimus: nam in triangulo rectangulo DBF potest subtrahi quadratum DB, id est rectilineum E, à quadrato dimidiæ DF, ut habeamus quadratum rectæ BF, & sic ipsam BF cognoscamus.

Porro in præcepto IV, jubemur addere hanc radicem, id est rectam BF, ad dimidiam DF: nempe in rectâ DG ponimus FA æqualem ipsi BF, & habemus rectam DA



pro majori latere rectanguli constituendi; hujus rectæ DA complementum ad totam DG, est AG, ergo AG est alterum latus, & consequenter rectangulum DAG debet esse æquale quadrato ex DB, id est rectilineo E, quod sic demonstro.

Quia recta DG dividitur in F bifariam, erunt partes DF & FG æquales: ab his æqualibus DF & FG auferuntur æquales FC, & FA, ergo ( *per axi. 3.* ) reliquæ CD & AG erunt æquales. Rursus adde communem CA, & erit ( *per axi. 2.* ) DA æqualis ipsi GC: sed rectangulum contentum AD, DC, est æquale ( *per 36. 3. Euclid.* ) quadrato ex BD, ergo etiam rectangulum contentum DA AG erit æquale quadrato ex DB, hoc est, rectilineo E, quod erat demonstrandum.

Hanc demonstrationem ex data Regula & operatione Algebraica deductam, benè nota, quia methodum ostendit, quâ plurimæ aliæ demonstrationes simili modo ex Algebra reperiri possint.

Nota: ad hunc casum solvendum oportet *datum numerum*, qui ex multiplicatione *duorum querendorum* oriri debet, quadrato quod à dimidio *alterius* fit, esse minorem. ( nempe 75 debet esse minor quadrato 100, quod fit ex dimidio 10 totius 20. )

**XIV.** Numerum 10 divide in alios duos numeros, quorum quadrata faciant 52.

### Solutio per Algebram.

Pone pro primo 1 Ze, erit alter 10 — 1 Ze: horum quadrata 1 ꝓ & 100 — 20 Ze + 1 ꝓ addita, faciunt 100 — 20 Ze + 2 ꝓ æqualia ipsis 52. Adde utrinque 20 Ze, erunt 100 + 2 ꝓ æq. 52 + 20 Ze Subtrahe



## Quæstiones ex Arithmetica continens. 21

trahe utrinque 52, erunt 48 + 2 & æqualia 20 Ze. Subtrahe utrinque 48, & erunt 2 & æq. 20 Ze — 48. Denique divide omnia per 2 (id est: reduc omnia ad numeros minimos) & fient tandem 1 & 10 Ze — 24. æqualia Extrahe utrinque radicem Zeniticam, ut vides.

$$\begin{array}{r}
 10 \text{ Ze} - 24. \text{ æq.} \quad 1 \text{ & } \\
 \hline
 \text{dimid.} \quad 5 \\
 \hline
 \square. 25 \\
 \text{Subtr.} \quad 24 \\
 \hline
 \text{Resid.} \quad 1 \text{ radix est } 1 \text{ adde}
 \end{array}$$

6 numerus major, ergo alter erit 4, quorum quadrata 36 & 16 faciunt 52, uti petebatur. Ex his componitur

### Regula.

I. Numerum dividendum dimidia. II. *dimidium* quadra (id est: in seipsum multiplica) III. Aggregatum quadratorum datum subtrahe ex quadrato numeri dividendi. IV. Residui dimidium rursus subtrahe à quadrato num. I r. invento. V. ad huius residui radicem adde dimidium num. I. inventum, & habes *numerum* quæditorum *maiores*. VI. huius complementum ad *totum numerum dividendum* indicat *minorem*.

Nota autem. Oportet aggregatum quadratorum esse minus quadrato *totius*; sed non minus duplo quadrati *dimidii*

XV. Quære duos numeros, qui se multiplicantes faciant 60, eorum autem quadratorum aggregatum sit 169.



## Regula.

I. Ex aggregato quadratorum *partium* extrahe radicem quadratam. II. Per hanc divide *factum numerum* ex multiplicatione (qui in hoc exemplo est 60) III. *per Questionem 12.* divide radicem n. I. inventam in duos numeros, quorum medius proportionalis sit *quotus* n. I. I. inventus. IV. his inventis: adde quadratum *minoris proportionalis* ad quadratum *quoti* n. I. I. inventi, & extractâ radice habes minorem numerum quaesitum. V. per hunc divide *Factum* datum, & habes majorem.

## Demonstratio.

Patefiet in quaest. sequenti 23, sect. III.

## Operatio.

| I.                                                                                                                                 | II                                                                               | III              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| $\begin{array}{r} \dot{1} \ 6 \ 9 \\ 1 \ 2 \\ \hline 6 \ 9 \end{array}$                                                            | $\begin{array}{r} 1 \ 3 \\ \hline 1 \ 3 \\ \hline 5 \ 2 \\ \hline 8 \end{array}$ | $4 \frac{8}{13}$ |
| Divide ( <i>per quaest. 12</i> )<br>radicem 13 in duos numeros, quorum medius<br>proportionalis sit <i>quotus</i> $4 \frac{8}{13}$ |                                                                                  |                  |

& erit minor horum  $\frac{25}{13}$ , ejusque quadratum  $\frac{625}{169}$  & quadratum *quoti*  $4 \frac{8}{13}$  erit  $\frac{3600}{169}$  hæc quadrata addita dant  $\frac{4225}{169}$ , & radix est  $\frac{65}{13}$  vel 5 pro *minori numero* quaesito. Si per hunc dividatur *Factus* 60, habebis etiam *majorem* 12. Inventi igitur sunt numeri 5 & 12, qui se multiplicantes faciunt 60, eorum verò quadrata 25 & 144 addita faciunt 169, quod faciendum proponebatur.

XVI. Aliter quoque hæc ipsa quaestio solvi potest ex fig. 7. quam sic intellige. Quærendæ sunt lineæ CB & AC, quæ (per multiplicationem) faciant rectangulum CE 60: si autem eorum quadrata addas, fiant 169. Quadratum igitur

ex



# Quæstiones ex Arithmetica continens. 23

ex CB est DF, & quadratum ex AC seu CD est AD, ergo hæc duo quadrata AD, DF simul debent facere 169. Pone ergo pro AC 1 Ze, & erit quadratum AD 1 3, ergo quadratum DF erit 169 — 1 3; quia etiam habes unum latus AC, seu CD rectanguli cogniti CE, divide rectangulum CE 60 per latus CD 1 Ze, & habebis latus CB 60, hoc quadra, & eveniet quadratum DF 3600, cui æquale 1 Ze esse debet suprainventum quadratum 1 3 DF 169 — 1 3. Nunc multiplica omnia per 1 3, ut evitentur fractiones, eruntque 3600 æq. 169 3 — 1 33, seu 1 33 æquabitur 169 3 — 3600. Hæc æquatio (*juxta P. Schottum* in Cursûs Mathematic. lib. 26. part. 2. cap. 8. §. 2.) ita resolvitur. Ex 169 3 — 3600 extrahe radicem quadratam eo prorsus modo, quo extrahenda foret ex 169 Ze — 3600, uti sequitur

|        |                       |  |
|--------|-----------------------|--|
|        | <u>169Ze — 3600</u>   |  |
|        | 4                     |  |
|        | <u>14400</u>          |  |
|        | 4                     |  |
| dimid. | <u>169</u>            |  |
|        | 2                     |  |
|        | <u>28561</u>          |  |
| □.     | 4                     |  |
| subtr. | <u>14400</u>          |  |
|        | 4                     |  |
|        | <u>14161</u>          |  |
| resid. | 4                     |  |
|        | radix est             |  |
|        | <u>169</u>            |  |
|        | 2 adde                |  |
|        | <u>119</u>            |  |
|        | 2                     |  |
|        | <u>288</u>            |  |
|        | hoc est 144 valor 1 3 |  |
|        | 2                     |  |

quia igitur 1 3 æquivalet 144, extrahe utrinq; radicem Zensicam, & erit 1 Ze æqualis 12, ergo AC est 12, ut supra. Ex hoc processu componitur alia

Regu-



## Regula.

I. Aggregatum quadratorum dimidia. II. Dimidium quadra. III. Ab hoc quadrato subtrahe quadratum rectanguli, seu *numeri facti* (in hoc exemplo quadratum ex 60) IV. Ex *residuo* extrahe radicem quadratam, V. hanc adde ad dimidium num. I. inventum. VI. Ex *summa* denovo extrahe radicem quadratam, & habebis latus majus seu *numerum majorem*. VII. quo invento reliquum latus seu *minor numerus* invenitur *ut S.*

XVII. Adhuc aliter eadem Quæstio ex eadem figurâ solvitur. Sint enim eadem posita, quæ suprà, & adde quadratum AD 13, & quadratum DF 169 — 13, & rectangulum CE 60, & alterum rectangulum DG 60, Et habes (*per prop. 4. l. 2. Euclid.*) totum quadratum AF, quod describitur ex recta AB: ergo (*per quæst. 13.*) divide rectam AB ita, ut rectangulum partibus contentum sit 60. Est autem totum quadratum, per superiorem additionem, 289 AF, ergo hujus latus AB 17; si itaque numerum 17 divides, ut ejus partes invicem multiplicatæ faciant 60, habebis rectam BC, & CA seu CD, uti supra: quod petebatur.

Neque his tribus solummodò modis solvi potest, sed Michaël Stifelius in *Cossâ Christoph. Rudolff. exemplo suorum* 13. fol. 465, talem omnino casum adhuc alio ab his diverso modo solvit, nempe per *Radices secundas*. Electio itaque tuo arbitrio subjecta est.

XVIII. Si annum CHRISTI, & ætatem meam, cum horum partem maximam composui, nōsse vis, scias, quòd istorum duorum numerorum quadrata addita faciant 2822689: Eorum autem Numeri Trigonaes additi faciant 1412193. quæritur ergo, quales sint isti Numeri?

Regu-



Regula.

I. Aggregatum numerorum trigonalium *duplica*, & habes aggregatum numerorum Pronicorum. II. à duplo hoc subtrahe aggregatum quadratorum, & habes aggregatum ipsorum duorum numerorum inveniendorum. III. hoc aggregatum divide ( *juxta quæst. 14* ) in duos alios numeros, quorum quadrata addita sint æqualia posito aggregato quadratorum ( *nempe 2822689* ) & habes petitum.

Demonstratio

Et veritas hujus Regulæ ex processu Algebraico tota quanta patebit, quem pro singulis ejus præceptis hîc subjungam. Pone autem pro primo numero investigando  $1Ze$ , pro altero  $1A$ , si igitur hos addam, fiet eorum summa  $1Ze + 1A$ : Nunc oportet eorum numeros quadratos, & Pronicos, & Trigonaes invenire; Quadrata autem facîle habentur, nempe quadratum ex  $1Ze$  est  $1z$ , & quadratum ex  $1A$  est  $1AA$ , hæc addita faciunt  $1z + 1AA$ , quibus æquatur 2822689. Trigonaes verò eorum numeri *juxta Stifelii Coss. capit. 1. in append. fol. 13.* inveniuntur sic. Ad radicem Trigonaem addatur *Unitas*: summæ dimidium multiplica per ipsam Radicem Trigonaem, & habebitur numerus Trigonalis petitus. Juxta hanc regulam numerus Trigonalis ex  $1Ze$  erit  $\frac{1z + 1Ze}{2}$ ,

& ex  $1A$  erit  $\frac{1AA + 1A}{2}$ , hos adde, & fient  $\frac{1z + 1Ze}{2} + \frac{1AA + 1A}{2}$

æquales ipsis 1412193. Dico nunc horum numerorum duplum dare aggregatum numerorum Pronicorum, qui ex ipsis numeris investigandis, tanquam ex suis radicibus oriuntur; quod ex Algebra sic demonstro. Primò quæro numerum Pronicum ex  $1Ze$  sequenti modo:  $1Ze$  quadro, ad quadratum  $1z$  addo ipsam radicem  $1Ze$ , & fiet numerus Pronicus



$13 + 1Ze$  ( Numerus enim Pronicus nihil aliud est, quàm aggregatum quadrati & sui lateris ) Sic etiam numerum Pronicum ex  $1A$  invenio  $1AA + 1A$ ; hi duo numeri Pronici additi faciunt  $13 + 1Ze + 1AA + 1A$ . Vides igitur, si aggregatum numerorum trigonalium suprainventum *duplicem*, tunc *duplum hoc*  $13 + 1Ze + 1AA + 1A$  omnino esse æquale aggregato numerorum Pronicorum primùm invento  $13 + 1Ze + 1AA + 1A$ , quod erat pro primo præcepto datæ Regulæ demonstrandum.

Secundum Præceptum jubet, ut aggregatum quadratorum subtraham à duplo aggregati numerorū Trigonalium, & eveniet aggregatum duorum numerorum investigandorum: quod rursus per Algebram sic demonstro. Duplum numerorum trigonalium ( id est: aggregatum Pronicorum ) suprainventum est  $13 + 1Ze + 1AA + 1A$ : ab hoc subtrahere aggregatum quadratorum, quod etiam suprà invēnimus esse  $13 + 1AA$ , & relinquetur  $1Ze + 1A$ ; est autem suprà ostensum, quòd aggregatum duorum numerorum investigandorum etiam sit  $1Ze + 1A$ , ergo *subtracto aggregato quadratorum ex aggregato Pronicorum relinquetur aggregatum ipsarum radicum*, quod pro secundo Præcepto datæ Regulæ erat demonstrandum. Tertium Præceptum, quia in cit. quæst. 14. jam fuit demonstratum, ideò ulteriori demonstratione non eget.

### Operatio.

Præc. I.

II.

III.

|         |         |                                                                                                                       |
|---------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1412193 | 2824386 | Per quæst. 14. numerus 1697<br>dividendus est in alios duos,<br>quorum aggregatum quadratorum sit 2822689: uti vides. |
| 2       | 2822689 |                                                                                                                       |
| 2824386 | 1697    |                                                                                                                       |

Ope-



Operatio juxta quæstionem 14.

Præc. I.

II.

III.

$$\begin{array}{r|l} 1697 & \square \text{ est } 2879809 \\ \hline \text{dimid. } \frac{1697}{2} & 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1697. \text{ ejus } \square 2879809 \\ \text{aggreg. } \square. 2822689 \text{ subtr.} \\ \hline 57120 \\ \text{dimid. } 28560 \end{array}$$

Præc. IV.

V.

$$\begin{array}{r|l} 28560 \text{ vel } 14240, \text{ hæc subtrahe} & 1663 \\ \hline & 2 \\ \text{à quadrato } 2879809, \text{ \& remanent} & 1697 \\ \hline & 2 \\ 2765569 \text{ cujus radix quadrata } 1663, & 3360 \text{ vel } 1680 \text{ pro} \\ \hline & 2 \end{array}$$

majori numero, qui significat annum CHRISTI, quo horum pleraque composui. Sexto denique hujus Numeri 1680 complementum ad suprainventum numerum 1697 est 17, ergo 17 est numerus minor quæsitus, pro anno ætatis meæ, quem tunc agebam.

Proba. Quadratum ex 1680 est - - 2822400.  
quadratum ex 17 est - - - - - 289.

aggregatum quadratorum (uti ponebatur) 2822689.  
Numerus trigonalis ex 1680 est - - 1412040  
numerus trigonalis ex 17 est - - - 153

aggregatum trigonalium (uti ponebatur) 1412193

XVIX. Quia hic aliquid de numeris Pronicis & Trigonalibus capi dicere; ideo Polygonalium doctrinam in sequen-



quentibus paulò fusiùs tractare non extra Rhombum fore existimavi, maximè cum eorum tam Geneses quàm Analyses ex Algebrâ & progressionibus Arithmeticis pulchrè deduci possint, multasque subtilitates, nec pauciores utilitates in se contineant, quæ causa est, cur & iis hunc locum concedam.

Sciendum autem, quòd quælibet Progressio Arithmetica numerorum integrorum ab unitate inchoata, ejusmodi numeros Polygonales includat: ut autem scias, quot laterum figuram tales hi numeri constituent, adhibeatur sequens

### Regula. I.

*Ad differentiam Progressionis Arithmeticae proposita adde binarium, & habes speciem figuræ.*

Exemplum. Cupio scire, quales numeri ex Progressione Arithmetica 1. 3. 5. 7. &c. fiant. Primò, ut *differentia* habeatur, Subtraho quemcunque numerum ejusdem progressionis, verbi gratiâ 3 ex proximè subsequenti majori 5, & habeo 2 differentiam progressionis: ad hanc (*juxta Regulam*) addo binarium, & fiunt 4, signum ergo est, ex hac progressionem prodire numeros tetragonales seu quadratos: Nam 1 & 3 faciunt 4, qui *secundus* est *numerus quadratus* (nam unitas hîc semper pro primo numero Polygonali sumitur) ad hunc 4 addo 5, & fiunt 9, tertius scilicet Numerus quadratus: ad hunc rursus addo 7, & fit quartus numerus quadratus 16, & sic de cæteris in infinitum.

Item ex progressionem 1. 2. 3. 4. &c. fiunt numeri trigonales, quia differentia 1, cum binario facit 3. Unitas ergo computatur pro primo numero trigonali, cui additi 2, faciunt *secundum* numerum trigonalem 3, huic additi 3, faciunt *tertium* numerum trigonalem 6, cui rursus additi 4, dant *quartum* numerum trigonalem 10 &c. sic ex hac progressionem 1. 4. 7. 10.



## Quæstiones ex Arithmetica continens. 29

1. 3. &c. fiunt Pentagonales, & ex hac 1. 5. 9. 13. 17. fiunt Hexagonales &c. Hinc patet

### Regula. II.

*Numerus terminorum seu Positionum progressionis, est radix polygonalis totius summa, quæ nempe ex additione omnium terminorum fit,*

In exemplo. 1. 3. 5. 7. si hi quatuor termini seu positiones addantur, fit (ut supra vidimus) *numerus quadratus* 16, hujus *radix quadrata* est 4, quia in posita progressionem sunt quatuor termini. Item si in hac progressionem pro numeris Pentagonis 1. 4. 7. addam tres istos terminos, fit numerus Pentagonus 12, hujus radix Polygonalis est 3, quia tres in dicta progressionem sunt termini, & sic de aliis.

Si verò scire desideres, ex qua progressionem Arithmetica quælibet figura Polygona ortum suum trahat, patet

### Regula. III.

*A numero laterum propositæ figuræ subtrahatur binarius, & habetur differentia quæsitæ progressionis.*

Exemplum. Cupio scire, ex qua progressionem nascentur numeri heptagonales seu septangulares. Quia figura septangula habet septem latera, ideò si subtraham binarium ex septem, relinquitur differentia progressionis quæsitæ 5. Itaque ad unitatem (tanquam *primum terminum*) addo differentiam inventam 5, & habeo *secundum terminum* progressionis 6, si ad hunc iterum addam 5, habeo *tertium terminum* 11, huic rursus additi 5 faciunt *quartum terminum* 16: ex progressionem itaque 1. 6. 11. 16. &c. (uti diximus) nascuntur numeri heptagoni.

His notatis perspicuum est, quomodo ex data radice polygonali sit inveniendus ipse numerus polygonalis: hæc enim erit

Regula



## Regula. IV.

I. Quære differentiam progressionis ( per regulam 3 ) II ex hac construe progressionem Arithmeticam ab unitate inchoatam, quæ tot habeat terminos, quot data radix habet unitates. III. hos terminos omnes adde, & habes numerum Polygonalem datæ radice, in specie quæsitum.

Exemplum. si quæratnr numerus Hexagonalis, cujus radix sit 5, sic operare. I. Ex regula tertia subtrahe binarium à numero laterum figuræ propositæ, nempe à 6, & habes 4 pro differentia progressionis futuræ, pro cujus *termino primo* pono 1, ad hunc addo differentiam inventam 4, & habeo *secundum terminum* 5: ad hunc iterum addo 4, & habeo *tertium terminum* 9, ad hunc rursus addo 4, & habeo *quartum terminum* 13, ad hunc denuò addo 4, & habeo *quintum terminum* 17, qui quinque termini sufficiunt, quia radix proposita 5, tantum habet quinque unitates, hos igitur quinque terminos 1. 5. 9. 13. 17 in unam summam colligo, & eveniet numerus hexagonalis 45, cujus Radix hexagonalis erit 5.

Vt autem brevius habeatur summa totius progressionis propositæ, hæc ab Arithmeticis observatur

## Regula. V.

I Adde primum terminum ultimo. II summam dimidia. III. hoc dimidium multiplica per numerum positionum seu terminorum, & habes summam totius progressionis.

Aliam Regulam inveniendi numerum polygonalem ex datâ radice didici ex *Ænigmatibus Caspari Grünewaldt*, quæ sic proponitur.

## Regula alia Vniversalis.

I. Datam Radicem multiplica per differentiam progressionis ( per regulam 3 ) inventam, II à producto subtrahe



# Quæstiones ex Arithmetica continens. 31

differentiam binario multiplicatam. III. Relictum dimidia. IV. dimidium multiplica per datam radicem, & habes numerum polygonalem datæ radicis quæsitum.

Vt in priori exemplo differentia est 4: sic ergo stat

## Operatio.

| I.           | II.      | III. | IV.               |
|--------------|----------|------|-------------------|
| radix. 5     | 20       | 18   | 9                 |
| different. 4 | 2        | 9    | 5                 |
| <hr/> 20     | <hr/> 18 |      | <hr/> 45          |
|              |          |      | numerus polygonus |

Et hæc Regula ( si benè instituas operationem ) universalis est, etsi progressionis differentia non sit major quàm 2: *in exemplo*: fit quærendus numerus Trigonalis, cujus radix sit 8: ergo ( I ) 8 multiplicati per differentiam progressionis 1 ( *reg. 3. inventam* ) dant 8, ( II. ) ab hoc producto 8 subtrahere differentiam binario multiplicatam, nempe 1 — 2, & remanent 9. ( III. ) hoc relictum 9 dimidia, fiunt  $\frac{9}{2}$  ( IV. ) hos  $\frac{9}{2}$  multiplica per datam radicem 8, & habes numerum trigonalem  $\frac{72}{2}$  vel 36, cujus radix trigonalis est 8.

Adhuc alia Regula ad eundem finem hæc est. I. à data Radice aufer unitatem. II. per residuum multiplica differentiam ( *in sæpiùs citatâ reg. 3. inventam* ) III. Producto adde *primum terminum* ( id est: *unitatem* ) & habes *terminum ultimum* progressionis. IV. Ex his ( *per reg. 5.* ) invenitur summa progressionis, seu ipse numerus polygonalis.

In exemplo fit radix  $\frac{1}{4}$ , quæritur ejus numerus trigonalis. ( I. ) à  $\frac{1}{4}$  aufer unitatem, ( II. ) per residuum  $\frac{1}{4}$  — 1 multi-



multiplica differentiam, quæ est 1, fiet productum  $\frac{1}{4} — 1$ .

(III) huic producto  $\frac{1}{4} — 1$  adde unitatem, & habes  $\frac{1}{4}$

(IV) per regulam 5 adde *primum terminum* progressionis, qui scilicet est 1, ad ultimum ( *in præcepto 3 inventum* ) &

habes  $1 — \frac{1}{4}$  vel  $\frac{3}{4}$  hanc summam dimidia, & dimidium  $\frac{3}{8}$

multiplica per numerum positionum ( qui *per reg. 2.* semper æqualis est datæ radici ) nempe per  $\frac{1}{4}$  & habes tandem nu-

merum polygonum & trigonalem  $\frac{5}{32}$  quæsitum, cujus radix trigonalis est  $\frac{1}{4}$

Vidimus genesis, superest ut analysin quoque numerorum polygonorum tractemus. Sic autem ex dato numero polygonali radix ejusdem speciei per Algebram extrahi potest.

### Extractio Radicis hexagonæ ex Numero hexagonali 45.

Pone radicem esse 1 Ze, quæ (*per reg. 2*) est æqualis numero positionum seu terminorum. Itaque ex datâ radice, differentiâ, & primo numero seu termino invenitur ultimus ex dictis hoc modo.

I. A numero positionum 1 Ze aufer unitatem. II. Per residuum 1 Ze  $— 1$  multiplica datam ( ex *reg. 3* ) differentiam 4. III. producto 4 Ze  $— 4$  adde *primum terminum* 1, & habes *ultimum terminum* 4 Ze  $— 3$ . IV. Ergo ( *per reg. 5* ) adde *primum terminum* 1 ultimo 4 Ze  $— 3$ , summam 4 Ze  $— 2$  dimidia, hoc dimidium 2 Ze  $— 1$  multiplica per numerum positionum, seu radicem, quæ ponebatur esse 1 Ze, & ha-



## Quæstiones ex Arithmetica continens. 33

& habes totam summam  $2\frac{1}{2}$  —  $1 Ze$ , quæ est æqualis numero proposito hexagonali 45.

Adde ergo utrinque  $1 Ze$ , & sunt  $2\frac{1}{2}$  æquales  $45 + 1 Ze$

### Extractio Radicis.

$45 + 1 Ze$  æquantur  $2\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 90 \\ 4 \\ \hline 360 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{1}{2} \text{ dimid.} \\ \frac{2}{2} \\ \frac{1}{4} \text{ rum.} \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 1 \\ \hline 4 \\ \hline 361 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 2 \\ \hline 19 \\ \hline 2 \\ \hline 20 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{adde} \\ \\ \\ \end{array}$$

radice hexagonali quæsitâ.

Ex hoc processu componitur pro extractionibus Radicum Polygonarum ex numeris polygonis hæc

### Regula Universalis.

I. Differentiam progressionis Arithmeticæ (*per reg. 3.*) inventam *dimidia*. II. ab hoc *dimidio* deme unitatem. III. residuum rursus *dimidia*. IV. hoc *dimidium* quadra. V. Multiplica numerum datum polygonum per *dimidium* N. i. inventum. VI. ad productum adde *quadratum* N. 4. inventum. VII.

E

Ex



Ex aggregato extrahe radicem quadratam. VIII. ad hanc adde dimidium N. 3. inventum. IX. aggregatum divide per dimidium N. 1. inventum, & habebis tandem radicem polygonam quæsitam.

Majoris claritatis causâ hanc regulam unico adhuc exemplo declaro. Sit radix Octogona extrahenda ex numero octogono 280.

### Operatio.

| Præc. I                                                                 | II.           | III.          | IV.        | V.              | VI.                 |
|-------------------------------------------------------------------------|---------------|---------------|------------|-----------------|---------------------|
| differentia progressionis (per reg. 3.) est 6.<br>hujus dimidium est 3. | $\frac{3}{2}$ | $\frac{2}{1}$ | 1 □ est 1. | $\frac{280}{3}$ | $\frac{840}{1N.IV}$ |
|                                                                         |               |               |            | 840             | 841                 |

VII &amp; VIII.

IX.

|                 |                |                |                                                |
|-----------------|----------------|----------------|------------------------------------------------|
| $\frac{841}{4}$ | $\frac{29}{1}$ | $\frac{3}{30}$ | 10. radix octogona ex numero<br>proposito 280. |
| 441             | 30             | 0              |                                                |
| 4               |                |                |                                                |
| 441             |                |                |                                                |

### De Numeris Pronicis.

XX. Sicut Numeri quadrati nascuntur ex progressionem omnium numerorum imparium, sic Pronici ex progressionem omnium numerorum parium, teste Stifel append. 1 cap. 1. Est autem ea progressio talis: 2. 4. 6. 8. 10. &c. ita ut à binario inchoata omnes secundum ordinem numeros pares includat. Numerus verò Pronicus (ut suprâ diximus) est, qui numerum quadratum una cum radice ejusdem continet, & numeri Pronici radix dicitur eadem, quæ quadrati quod inclu-



## Quæstiones ex Arithmetica continens. 35

includit. Ex dato itaque numero Pronico radix ejus Cossicè sic invenitur.

Pone pro radice quadrati  $1Ze$ , erit ergo ipsum quadratum  $1\beta$ , cui addita ipsa radix  $1Ze$  facit numerum Pronicum  $1\beta + 1Ze$ : semper igitur  $1\beta + 1Ze$  dato numero Pronico æquantur, quâ æquatione habitâ facilè valor  $1Ze$ , id est ipsa radix Pronica invenitur. In exemplo sit ex numero Pronico 30 extrahenda radix Pronica, ergo  $1\beta + 1Ze = 30$ , vel  $1\beta = 30 - 1Ze$ .

### Extractio Radicis.

$$30 - 1Ze = 1\beta$$

$$\frac{4}{120} \quad \frac{1}{2} \text{ dimid.}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \text{ tum.}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \text{ subtr.}$$

$$\frac{121}{4} \text{ radix est } \dots \frac{11}{2}$$

$\frac{10}{2}$  vel 5 pro radice Pronica, ex quo

Processu Algebraico componitur

### Regula.

I. *Numerum Pronicum* multiplica per 4. II. *producto* adde unitatem, III. *ex summa* extrahe radicem quadratam. IV. *ab hac deme* unitatem, V. *Residui* dimidium indicat radicem pronicam quæsitam.

Regulas has, quas passim de progressionibus sparsi, collegi ex Algorithmis Ægidii Strauchii, Casp. Schotto, Appiano, Stifelio & aliis, quæ ratio est, cur addere demonstrationes neglexerim. His autè tamdiu imoratum fuisse sufficiat.



## S E C T I O III.

## T R I G O N O M E T R I C A.

**N**ON multas præfens hæc Sectio quæstiones continet, sed plerasque tales, quarum solutiones Geometræ cæterarum utiliores fore opinatus sum, & quarum usus in sequentibus frequentius occurret.

## Q U Æ S T I O

XXI. Circuli ABC *Tangens* DA est  $\sqrt{72}$ , *Secans* autem DC in puncto B secatur bifariam, quæritur ejusdem quantitas *in fig. 8.*

## Regula.

I. Quadra *tangentem*. II. quadratum duplica. III. ex duplo extrahe radicem quadratam, & habes totam *Secantem*.

## Demonstratio.

Per prop. 36. l. 3 Eucl. quadratum Tangentis DA, est æquale rectangulo CDB. Cum igitur rectanguli CDB latus CD *ex hypothesis* sit duplum lateris DB, quærendi sunt duo numeri, quorum primus CD faciat duplum reliqui DB; hi autem multiplicati debent constituere rectangulum CDB, hoc est quadratum DA 72. Hos numeros reperimus per Algebram in quæst. 11 sectionis præcedentis; ex quo processu hanc pro demonstratione Geometricâ elicies figuram, qualis ponitur in fig. 8. quam sic intellige. Rectæ CD, sicut & rectæ



rectæ DB sunt æquales: Ex his rectis CD & DB fit rectangu-  
lum DE, quod ( uti per cit. prop. 36. lib. 3 vidimus ) est 72;  
ad rectam dein BE aliud rectangulum BG simile priori appli-  
cetur, quod ad arcam sit æquale illi ipsi DE, ergo DG erit  
quadratum, quod demonstro. Nam ut DC ad DB, ita BE ad  
BF ( similia enim sunt *exhypotefi* rectangula DE & BG ) sed BE  
est æqualis ipsi DC, ergo & BF ipsi DB: recta autem DB est ip-  
sius DC dimidia, ergo etiam BF erit ipsius DC dimidia, &  
per consequens duæ dimidiæ ipsius DC, id est duæ DB & BF  
erunt æquales ipsi DC, quoniam verò rectangulum BG est si-  
mile rectangulo DE, erit BF ipsi DB in directum posita, ergo  
DF erit æqualis ipsi DC, & rectangulum DG constabit rectis  
lineis æqualibus; cùm autem sit *rectangulum*, debebit quoque  
esse quadratum, quod erat demonstrandum. Hoc quadra-  
tum DG continet DE & BG æqualia, ergo erit DG ipsius DE  
72 duplum, hoc est 144, igitur ejus latus DC est 12, hæc au-  
tem recta DC est æqualis quæ sitæ *Secanti*, ergo Secans DC est  
12, quæ quærebatur.

Operatio.

| Præc. | I.   | II. | III. |                   |
|-------|------|-----|------|-------------------|
| DA    | ✓ 72 | 72  | 144  | 12 DC, ergo DB 6. |
|       | ✓ 72 | 2   | 12   |                   |
| □ DA  | 72   | 144 | 144  |                   |

XXII. In triangulo orthogono ABC datur hypothe-  
nusa AC 25, & perpendiculum ab angulo recto in basin du-  
ctum BD 12, quæruntur reliqua latera. *in fig. 9.*

Regula.

Data est in quæst. 12 scet. præc. quia istæ omnino sunt simi-  
les, nisi quod hæc de lineis, illa verò de numeris intelligēda sit.  
Demon-



## Demonstratio,

Perpendiculum enim BD est medium proportionale inter segmenta DC & DA (*per coroll. prop. 8. l. 6.*) ergo recta AC, seu numerus 25 distribuendus est ita, ut media proportionalis inter segmenta sit BD seu 12: his autem segmentis habitis facile (*per prop. 47. 1.*) inveniuntur crura AB, & BC.

## Alia Demonstratio.

*Ex citata regulâ questionis 12. sect. 3. poteris construere figuram, qualem vides in fig. 9. eo, qui sequitur, modo.*

Primum præceptum regulæ jubet ut tota recta AC dividatur bifariam; dividatur itaque in E, & centro E, intervallo EA vel EC describatur semicirculus ABC, hic includet totum triangulum rectangulum ABC (*colligitur ex coroll. prop. 5. l. 4 & aliis*) Dein loquitur primum, secundum, & tertium præceptum de tribus quadratis, quod signum est, debere construere triangulum orthogonum: cum verò in præcepto secundo dicatur quadratum mediæ proportionalis BD debere subtrahi ex quadrato dimidiæ AE, colligitur, rectam AE debere esse basin construendi trianguli. Itaque jungantur puncta B & E per semidiametrum BE, ad hanc ducatur ex A perpendicularis AF: Dico hanc AF esse æqualem ipsi perpendiculo BD. Nam in triangulo BDE angulus rectus BDE est æqualis recto AFE trianguli EFA; æqualis etiam est semidiameter BE semidiametro EA, communis autem angulus DEF, ergo & reliqua latera BD & AF, quæ angulo communi DEF subtenduntur, erunt (*per 26. 1.*) æqualia, quod erat demonstrandum, Dico præterea rectam FE rectæ ED esse æqualem, ut ex eadem demonstratione & *prop. cit.* patet. Et sic absolvimus primum, secundum, & tertium præceptum datæ regulæ: nam si ex quad-



quadrato dimidiæ AE subtrahatur quadratum perpendiculi BD, hoc est quadratum AF, relinquitur quadratum FE, cujus radix est ipsa recta FE, seu DE. Hanc jubet præceptum quartum subtrahi ex dimidiâ AE, & relinquetur AD pro minori parte, seu numero quæsito, cujus complementum ad totam AC est pars reliqua quæsita DE, quæ erant investiganda.

**XXIII.** Rectanguli ABD diameter est 13, sed ipsius rectanguli area est 60, quæritur latus AB & AC. Ad diametrum CB duc ex angulo A perpendicularem AE, & fiat solutio juxta regulam in quæst. 15 traditam. Nam duo latera AB & AC sunt duo numeri, qui se multiplicantes faciunt rectangulum ABD 60, eorum autem quadrata AB & CA addita faciunt ( *per prop. 47. l. 1* ) quadratum diametri BC 169. *fig. 10.*

### Demonstratio.

Prædictæ regulæ pendet à lemmate 1. prop. 33. l. 10, ubi dicitur, quòd in triangulo orthogono CAB rectangulum BAC sit æquale rectangulo ex Basi BC & perpendiculo AE, hoc est rectangulo CBAE. Quoniam autem rectangulum BAC (*ex datis*) est 60, idè etiam rectangulum CBAE erit 60, hujus autem rectanguli CBAE datur unum latus CB 13, & perpendiculum AE  $4\frac{8}{13}$ , ex quibus ( *per quæst. præced.* ) inveniuntur segmenta baseos CE & EB: & hoc est præceptum tertium regulæ datæ. In præcepto quarto additur quadratum minoris proportionalis seu segmenti CE ad quadratum perpendiculi AE, & habetur ( *per 47. 1.* ) quadratum lateris AC quæsiti. In præcepto denique quinto dividitur rectangulum CAB per inventum latus AC, & reperitur latus AB, quæ erant investiganda & demonstranda.



XXIV. In circulo ACDB ducta est diameter CD 65, huic diametro superstructum est quadrilaterum ABCD, cuius latus AC 33, & BD 25, quæritur ergo latus AB. *fig. 11.*

### Solutio per Algebram.

Datur à Joanne Faulhaber, in opere, quod Ingenieurs Schuel nuncupat, *part. 3. cap. 14. quest. 9.* quia autem adhibet radices secundas, & hæ non adeò sunt notæ, ego aliam per solas tabulas sinuum &c. viam monstrabo.

### Solutio per tabulas sinuum &c.

Ducantur rectæ AD, BC, ergo anguli CAD & ABD (*per 31. 3.*) erunt recti, & in his triangulis orthogonis CAD & CBD semper datur unum latus CA & BD cum hypothenusa communi CD, ex quibus datis reperitur (*per 47. 1.*) recta AD ✓ 3136, id est 56. Ergo

### In triangulo CBD

Vt CD 65 ad sinum totum 10000000, ita DB 25 ad 384615, sinum anguli DCB, qui in tabulis dat angulum 22.37 circiter. Cum autem angulum BCD & angulum DAB in eodem circulo subtendat communis BD, ideò (*per 21. 3.*) hi anguli erunt æquales. Itaque

### In triangulo ADB

Datur angulus DAB 22. 37, latus BD 25, & latus AD suprainventum 56, ex his infero, ut BD 25 ad sinum DAB 384615, ita 56 AD, ad sinum 861538, qui dat angulum 59. 29, huius supplementum ad semicirculum (*per elementa trigonometrica*) est angulus ABD 120. 31. Adde itaque angulum



lum ABD 120. *gr.* 31. *min.* & DAB 22. *gr.* 37. *min.* & habes 143 *gr.* 8. *min.* horum supplementum ad semicirculum patefacit (*per* 32. 1.) angulū ADB 36. *gr.* 52. *min.* Hic angulus ADB aliter quoque indagari potest: nam si in  $\triangle$ gulo ADC quærat<sup>r</sup>ur angulus ADC, & hic subtrahatur ab angulo CDB, remanebit angulus ADB ut supra. Deinde ut sinus DAB 384615. ad DB 25, ita sinus ADB. 529955. ad AB 39. ferè, quod quærebatur.

### Demonstratio.

Patet ex calculo trigonometrico, quem varii Authores tam tradiderunt quàm demonstrârunt, ad quos te remitto.

XXV In triangulo acutangulo ABC dantur omnia latera, AB 3, BC 14, & AC 15. In basin autem BC ducta est perpendicularis intra triangulum (*per demonstrata à P. C. Schot- to Curs. mathem. lib. 3. ad prop. 17. l. 1. Euclid.*) cadens, quæritur sine Algebra segmentum BD. *fig. 12.*

### Regula.

I. Multiplica basin BC quadratè. II. multiplica etiã latus AB segmento quæsito BD junctum quadratè. III. hæc quadrata adde. IV. multiplica etiã reliquum latus AC quadratè. V. & hoc quadratum AC subtrahe ex aggregato n. 3. invento. VI. residuum dimidia. VII. hoc dimidium divide per basin BC, & habes segmentum quæsitum BD.

### Demonstratio.

Pendet ex prop. 13 secundi, uti ex adjunctâ operatione videbis,



## Operatio.

I.

II.

III.

|                |               |             |                                                                                        |
|----------------|---------------|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| BC 14          | AB 13         | 196         | huic summæ 365 æq. ( <i>per cit.</i><br>13. 2 ) quadr. AC + dupl. re-<br>ctanguli CBD. |
| 14             | 13            | 169         |                                                                                        |
| <u>56</u>      | <u>39</u>     | <u>365.</u> |                                                                                        |
| 14             | 13            |             |                                                                                        |
| <u>□. 196.</u> | <u>□. 169</u> |             |                                                                                        |

est autem quadratum ex AC, 225, ergo 365 æquantur  $\square$  AC 225 + dupl. rectang. CBD. Subtrahe utrinque  $\square$  AC 225, (uti jubet præceptum V.) & erunt 140 æquales duplo rectanguli CBD: ergo ipsum rectangulum CBD erit 70, hujus datur unum latus, scilicet ipsa basis BC 14. ergo dabitur reliquum latus, seu segmentum BD quæsitum 5: & sic absolvi-  
tur præcept. VI & VII, quod erat demonstrandum.

**XXVI.** Circulo ACB inscriptum est triangulum acutangulum ABC, cujus latera sunt AB 5, AC 6, BC 7, quæritur circuli diameter & semidiameter. *fig. 13.* Duc ab uno angulo, v. g. A, in ejus subtensam BC perpendicularem AG & ad AC duc perpendicularem DH; his factis adhibeatur

## Regula.

I. *per quæst. præced.* quære segmentum quodvis, verbi gratiâ BG. II. deinde ( *per prop. 47. I.* ) perpendicularem AG. III dic: ut perpendiculum AG ad latus AB ita dimidium lateris AC, nempe AH, ad semidiametrum quæsitam DA.

## Demonstratio.

Duc semidiametros DA & DC, ut fiat angulus ADC, qui insistit subtensæ AC: huic subtensæ AC etiam insistit angulus ABC ad circumferentiam, ergo angulus ADC ad cen-  
trum



trum duplus est anguli ABC ( *per 20. 3.* ) & per consequens angulus ABC est dimidius anguli ADC; sed hujus ipsius anguli ADC dimidius quoque est angulus ADH ( *nam per rectam DH dividitur recta AC bifariam per 3. 3. ergo per 9. 1.* angulus ADC dividitur in duos angulos æquales, ergo ADH dimidius est ipsius ADC. ) Rectus autem DHA æqualis est recto AGB, ergo & reliquus DAH reliquo BAG, & triangulum ABG ( *per 4. 6.* ) simile triangulo ADH, itaque ut AG ad AB, ita AH ad DA, quod erat demonstrandum.

Per Algebram perpendiculum AG in triangulo acutangulo sic inveniri potest.

### Præceptum primum per Algebram.

Pone pro segmento BG  $1Ze$ , ergo erit segmentum GC  $7 - 1Ze$ , multiplica latus AB quadratè; à quadrato  $25$  subtrahe quadratum  $13$  segmenti BG, & relinquitur quadratum perpendiculi AG  $25 - 13$ . multiplica etiam segmentum GC  $7 - 1Ze$  quadratè, & quadratum  $49 - 14Ze + 13$  subtrahe à quadrato  $36$  lateris AC, & relinquitur iterum quadratum perpendiculi AG  $14Ze - 13 - 13$ . Quoniam autem, *quæ eidem sunt æqualia, etiam inter se sunt æqualia*, erunt  $25 - 13$  æqualia  $14Ze - 13 - 13$ , utrumque enim est æquale quadrato AG. Itaque adde utrinque  $13$ , erunt  $25$  æquales  $14Ze - 13$ . Adde utrinque  $13$ , & erunt  $38$  æquales  $14Ze$ , divide utrinque per  $14$  & erunt  $2\frac{14}{10}$  id est  $2\frac{7}{5}$  æqua

les  $1Ze$ , id est ipsi segmento BG.

Et hoc est primum præceptum.



## Præceptum secundum per 47. 1.

$$\begin{array}{l}
 \text{AB } 5. \text{ BG } 2 \frac{5}{7} \text{ aut } \frac{19}{7} \\
 \frac{5}{25} \quad \frac{19}{7} \\
 \square \text{AB. } 25 \quad \square \text{BG. } \frac{361}{49}, \text{ ergo } \square \text{AB } 25 = \square \text{BG } \frac{361}{49} \text{ æq.} \\
 \square \text{AG } \frac{864}{49} \text{ ergo AG } \sqrt{\frac{864}{49}}
 \end{array}$$

## Præceptum 3.

$$\text{Vt AG } \sqrt{\frac{864}{49}} \text{ ad AB } 5, \text{ ita AH } 3, \text{ ad DA } \sqrt{17 \frac{657}{864}} \text{ vel } \sqrt{17 \frac{73}{96}}$$

quod quærebatur.

Sed ex his colligitur, quomodo tam ista quæstio 26, quàm præcedens 25 possit applicari triangulis etiam obtusangulis.

**XXVII.** In triangulo Isoscelio datur latus AB 10, angulus autem quilibet ad basin BC est duplus anguli ad verticem A, quæritur sine tabulis sinuum basis BC, fig. 14.

## Regula

I. per quæst. 8 aut 9 secetur recta AB extremâ ac mediâ ratione in D. II. hujus portio major erit æqualis basi BC.

## Demonstratio.

Datur in prop. 10. I. 4. Eucl. ubi ejusmodi triangula construere docetur.

## Operatio.

Quia similis est quæst. cit. 8. aut 9. ideo brevitatis causâ iteratio negligitur.

**XXVIII.** In triangulo orthogono cruri CB inscriptum est quadratum DF cuspide sua E hypotenusam CA tan-



tangens, & sunt crura trianguli AB 28, CB 21, quæritur latus quadrati *fig. 15.*

Solutio per Algebram.

Dic, ut BC 21 ad AB 28, ita FB 1 Ze, ad AF  $1\frac{1}{3}Ze$ , subtrahe igitur ex totâ AB 28, rectam AF  $1\frac{1}{3}Ze$ , & remanet EB 28 —  $1\frac{1}{3}Ze$ ; suprâ autem ponebatur pro eâdem 1 Ze, ergo 28 —  $1\frac{1}{3}Ze$  æq. 1 Ze. Adde utrinque  $1\frac{1}{3}Ze$ , & erunt 28 æq.  $2\frac{1}{3}Ze$  divide utrinque per  $2\frac{1}{3}$  vel per  $\frac{7}{3}$ , & erunt 12 æq. 1 Ze, ergo FB est 12. Hinc pater

Regula.

I. Multiplica crura invicem. II. Adde etiam crura. III. per hoc aggregatum divide productum n. i. inventum, & habes latus quadrati quæsitum.

Demonstratio

Prioris solutionis Algebraicæ datur à Fed. Commandino *ad prop. 10. lib 6. Eucl.* Tradita autem regula ex processu Algebraico deducta est.

XXIX. Similiter in triangulo acutangulo ABC basi BC superscriptum est; quadratum GE suis cuspidibus F & E tangens crura AB & CA; crura autem omnia cum basi sunt nota, quæritur rursus latus quadrati *fig. 12.*

Regula.

Per *quest. 25* quære perpendicularum AD in basin BC ductum. II. Multiplica inventum perpendicularum per basin. III. Adde etiam perpendicularum ad basin. IV. Per hoc aggregatum



tum divide productum n. 2 inventum, & habes latus quadrati

### Demonstratio,

Nam ( *per. loc. cit. Fed. Commandini* ) ut AD ad BC, ita AK ad KD seu FG. Itaque si pro latere FG ponatur 1 Ze, eveniet processus iste, quem regula præscribit.

Corollarium 1. Patet igitur, quomodo etiam obtusangulis triangulis sit inveniendum latus quadrati inscripti. 2. sufficit, in quolibet triangulo notam esse basin, cui quadratum superscriptum est, cum perpendiculari ad eandem basin ductâ

XXX. Sunt tres lineæ A, B, C: datur A 2, B 3, si addam B & C, & ex factâ B + C, rectâque A rectangulum construam, erit hoc rectangulum æquale quadrato ex C. quæritur recta C. *fig. 16.*

### Solutio per Algebram.

Pone pro C 1 Ze, ergo, B + C est 3 + 1 Ze, quæ per A 2 multiplicata dat rectangulum 6 + 2 Ze, hoc ( *ex hypothesi* ) debet esse æquale quadrato C 1 3. Extrahe ergo utrinque radicem Zensicam, & erit 1 Ze, hoc est recta C æqualis  $\sqrt{7 + 1}$ .

### Proba.

$$\begin{array}{r} C \sqrt{7 + 1} \\ B \quad 3 \\ \hline C + B. \quad 4 + \sqrt{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} C \sqrt{7 + 1} \\ \sqrt{7 + 1} \\ \hline 7 + \sqrt{7} \\ + \sqrt{7 + 1} \end{array}$$

$$8 + \sqrt{28} \text{ æqual. } 7 + \sqrt{28} + 1 \text{ vel } 8 + \sqrt{28} \square C. \text{ hinc}$$

### Regula.

Multiplica B per A. II. dimidia A. III. dimidium quadrati. IV. quadratum adde ad productum N. 1. inventum V. Ex aggregato quære radicem  $\square$  tam. VI. hanc adde ad dimidium N. 2. inventum, & habes rectam C quæsitam.

Demon-



Demonstratio.

Sequitur ex posito processu Algebraico.

Pro Coronide quæstionum Trigonometricarum, & exercitio in numeris surdis, subjungam inventionem proportionum inter semidiametrum & latus trianguli, quadrati, pentagoni, hexagoni, Octogoni, Decagoni, & pentedecagoni.

Priusquam verò progrediar, monendus es, ob defectum characterum priorum Scrupula Decimalia, quæ in sequentibus etiam occurrent, exprimi debuisse simpliciter per notas Ordinales: Prima scilicet per *prim.* secunda per *sec.* &c.

XXXI. In circulo ABC inscriptum est triangulum æquilaterum: datur autem semidiameter circuli DE, 1, seu 1, 0, *prim.* quæritur latus trianguli. *fig. 17.*

Regula.

I. Quadra semidiametrum. II. hoc quadratum triplica. III. ex producto extrahe radicem quadratam, & habes latus trianguli quæsitum.

Demonstratio.

Nam (per prop. 12. 13.) si in circulo  $\Delta$ gulum æquilaterum describatur:  $\Delta$ guli latus potentiâ triplum est ejus, quæ ex circuli centro. Sed quæ ex circuli centro, id est, semidiameter potentiâ est 1. 00, *sec.* ergo latus trianguli potentiâ est 3, 00, *sec.* quod erat quærendum, & demonstrandum.

Operatio.

| I. |                      | II.               | III.                                |
|----|----------------------|-------------------|-------------------------------------|
| DE | 1. 0 <i>prim.</i>    | 10 0 <i>sec.</i>  | ✓ 3. 00 <i>sec.</i> latus trianguli |
|    | 1. 0                 | 3                 |                                     |
|    | □. 1 0 0 <i>sec.</i> | 3. 00 <i>sec.</i> |                                     |

XXXII.



**XXXII.** Quæritur in eodem seu æquali circulo latus quadrati.  
**Regula.**

I. Quadra semidiametrum. II. hoc quadratum duplica. III. Ex duplo hoc extrahe radicem  $\square$ ram; & habes latus quadrati. *fig. 18.*

**Demonstratio.**

Duc enim semidiametros ad angulos quadrati, & erunt anguli ad centrum (*per demonstrationem prop. 6. l. 4.*) recti, ergo quadrata duarum semidiametrorum, seu duplum unius semidiametri, erunt (*per. 47 I.*) æqualia quadrato subtensæ sed hæc est latus quadrati, ergo &c. ut patet.

**Operatio.**

|                                 |                               |                                           |
|---------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------------|
| I.                              | II.                           | III.                                      |
| $\frac{1.0 \text{ prim.}}{1.0}$ | $\frac{1.00 \text{ sec.}}{2}$ | $\sqrt{2.00 \text{ sec.}}$ latus quadrati |
| $\square. 1.00 \text{ sec.}$    | $\frac{2.00 \text{ sec.}}{2}$ |                                           |

**XXXIII.** Quæritur etiam latus Pentagoni.

**Regula.**

I. *Per quæst. 10.* quære minorem portionem rectæ lineæ extremâ ac mediâ ratione sectæ, cujus major portio sit data semidiameter. II. Quadra semidiametrum. III. quadra etiam minorem portionem N. 1. inventam. IV. hæc quadrata adde. V. Ex aggregato extrahe radicem quadratam, & habes latus pentagoni quæsitum.

**Demonstratio.**

Nam (*per. 10. 13.*) latus Pentagoni potest & hexagoni, & decagoni latus: sed hexagoni latus est (*per coroll. 15. 4.*) æqua-



æqualis semidiametro, & decagoni latus æquatur minori por-  
tioni rectæ lineæ extremæ ac media ratione sectæ, cujus major  
portio est latus hexagoni, hoc est semidiameter ( *per 9. 13* )  
ergo latus pentagoni potest & majorem portionem ( id est : se-  
midiametrum ) & minorem rectæ lineæ extremæ ac mediæ  
ratione sectæ, quod erat demonstrandum.

Operatio.

I.

II.

III.

per quæst. 10 erit  
latus Decagoni,  
seu minor portio  
✓ 1.25 sec. — 0.5 p.

1.0 prim.

1.0 prim.

□ 1.00 sec.

✓ 1.25 sec. — 0.5 prim.

✓ 1.25 — 0.5

1.25 sec — ✓ 0.3125 quart.

✓ 0.3125 q. + 25 f.

1.50 sec. — ✓ 1.2500 quart.

IV.

V.

1.50 sec. — ✓ 1.2500 quart.

1.00

2.50 sec. — ✓ 1.25 sec.

✓ ( 2.50 sec. — ✓ 1.25 sec. )

latus pentagoni quæsitum, id est:  
radix □ ex 250 sec. — ✓ 125 sec.

vel ( juxta quæst. 6. aut 7 ) ✓ ( 1.25 sec. + ✓ 1.25 sec. ) —  
✓ ( 1.25 sec. — ✓ 1.25 sec. )

XXXIV. Quæritur etiam latus hexagoni.

Regula.

Semidiameter data est æqualis ipsi lateri hexagoni, *per cor-  
roll. 15. 4.*

XXXV. Quæritur etiam latus Octogoni.

Regula.

I. Dimidia latus quadrati *per quæst. 32* inventum. II.  
hoc dimidium subtrahe à semidiametro. III. Residuum qua-  
dra. IV. quadra etiam dimidium N, 1. inventum. V. hæc duo



quadrata adde. VI. ex aggregato sume radicem quadratam, & habes latus octogoni quæsitum.

### Demonstratio.

Sit latus quadrati AE (*in fig. 19*) ejus arcus ADE, hunc divide bifariam in D, & duc semidiametrum BD: hæc (*per 30. 3*) secabit rectam AE bifariam & ad angulos rectos. Iun-ge AD, quæ erit latus Octogoni. Quoniam itaque AB & BE æquales sunt, erunt etiam anguli oppositi AEB, & EAB æqua-les, rectus autem est ABE: Sed etiam in triangulo ABC re-ctus est angulus BCA, angulus autem BAC æqualis angulo EAB, ergo & reliquus CBA reliquo AEB, & triangulum ABE triangulo ACB simile, ergo ut BE ad AB, ita BC ad AC, æqua-lis autem est BE ipsi AB, ergo & BC ipsi AC. Sed AC est di-midia lateris quadrati AE, ergo etiam BC est dimidia ipsius AE. *Et hæc pro primo præcepto.* Si igitur subtraham hanc BC à semidiametro BD, remanet recta CD (*pro præcept. 2*) hujus quadratum additum quadrato dimidiæ AC, facit quadratum AD, sed AD est latus octogoni, ergo radix quadrata ipsius □AD est ipsum latus octogoni, quod pro præcepto 3, 4, 5 & 6 datæ regulæ erat demonstrandum.

### Operatio.

| I.                    | II.            | III.                | IV.        |
|-----------------------|----------------|---------------------|------------|
| AE ✓ 200 f. lat. □ 11 | BD 10 p. of.   | CD. 10 — ✓ 50 sec.  | AC ✓ 50 f. |
| AC ✓ 50 sec. dim. BC  | BC ✓ 50 f.     | 10 — ✓ 50           | ✓ 50       |
|                       | CD 10 p. 50 f. | □ 150 f. ✓ 20000 f. | □. 50 f.   |

510 addo quadratum N. 4. inventum 50 sec. ad quadratum N. 3. inventum 150 sec. — ✓ 20000, *quart.* & habeo 200 sec. — ✓ 20000 *quart.* quadratum AD, cujus radix quadrata ✓ (200 sec. — ✓ 20000 *quart.*) vel ✓ (100 sec. + ✓ 5000 *quart.*) — ✓ (100 sec. — ✓ 5000 *quart.*) est ipsum latus octogoni (*per quæst. 6 aut 7.*)



## XXXVI. Quæritur etiam latus Decagoni.

## Regula.

Quære minorem portionem rectæ lineæ extremâ ac mediâ ratione sectæ, cujus major portio sit ipsa data semidiameter, & erit illa major portio ipsum latus Decagoni (*per prop. 9. lib. 13*) uti in *quest. 33* diximus.

## Operatio.

Si major portio, id est semidiameter sit 10, *prim.* erit minor portio (*per quest. 10*)  $\sqrt{125}$  *sec.* — 5, *prim.* quod est ipsum latus Decagoni.

XXXVII. Quæritur etiam latus quindecagoni, *fig. 20.*

## Regula.

I ad semidiametrum adde latus decagoni, II summam dimidia. III à dimidio subtrahe dimidiam semidiametrum. IV. Residuum quadra. V. subtrahe latus Pentagoni à latere trianguli. VI. Residuum dimidia. VII. dimidium quadra. VIII. ad hoc quadratum adde quadratum N. 4 inventum. IX. Ex aggregato pete radicem quadratam, & habes latus pentedecagoni.

## Demonstratio.

Describe in circulo FHDE latus trianguli æquilateri HD, & huic parallelum latus pentagoni æquianguli (*per additâ à Commandino ad prop. 1. 4.*) quod sit GE; jungere DE, erit hæc (*per demonstrata in prop. ult. lib. 4.*) latus pentedecagoni. Rectas HD & GE secæ ad angulos rectos semidiametro AF. Quoniam itaque latus GE est latus pentagoni à centro autem circuli A ad eam perpendicularis ducta est AL, erit hæc AL dimidia utriusque & lateris hexagoni, id est semidiametri, & lateris



teris hexagoni, id est semidiametri, & lateris Decagoni (*per* 1, 14). Si itaque (*juxta præc. I. data regula*) ex semidiametro & latere decagoni unam rectam lineam faciam, factamque (*præcept. 2*) bifariam dividam, habebō rectam AL. Recta autem AK (*per coroll. I. 14*) est dimidia semidiametri: si ergo (*præcept. 3*) hanc AK auferam à prius inventa AL, remanet KL, cui parallela & æqualis ducta est ex puncto E, quæ est EL. Subtrahē deinde (*præc. 5.*) latus pentagoni GE à latere trianguli HD, & remanet HC + ID. si hoc residuum (*præc. 6.*) dimidies, habes rectam ID, (nam HC est æqualis ipsi ID) itaque (*per præcept. 4, 7 & 8.*) adde quadrata ex EI & ID, & habes quadratum lateris pentedecagoni, cujus radix quadrata (*præcept. 9.*) ipsum latus ED ostendit, quod erat investigandum.

## Operatio.

| Præc. | I.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | II.                                                                                                                                                                                                                                                                                 | III.                                                                                                                                                                              |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       | $\begin{array}{r} \text{AF} \sqrt{0 + 10 \text{ prim.}} \\ \sqrt{125 \text{ f.}} - 5 \text{ p.} \\ \hline \sqrt{125 \text{ f.} + 5 \text{ pr.}} \end{array}$                                                                                                                                                                 | $\begin{array}{r} \sqrt{125 \text{ f.}} = 5 \text{ prim.} \\ \sqrt{3125 \text{ q.} + 25 \text{ f. AL}} \\ \hline \sqrt{3125 \text{ q.} - 25 \text{ f. LK vel IE}} \end{array}$                                                                                                      | $\begin{array}{r} \sqrt{3125 \text{ q.} + 25 \text{ sec. AL}} \\ \sqrt{0 \text{ q.} + 50 \text{ sec. AK}} \\ \hline \sqrt{3125 \text{ q.} - 25 \text{ f. LK vel IE}} \end{array}$ |
|       | IV                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | V                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                   |
|       | $\begin{array}{r} \text{IE} \sqrt{3125 \text{ q.} - 25 \text{ f.}} \\ \sqrt{3125 \text{ q.} - 25 \text{ f.}} \\ \hline \square 3750 \text{ q.} - \sqrt{78125 \text{ sex.}} \end{array}$                                                                                                                                      | $\begin{array}{r} \text{HD} \sqrt{300 \text{ sec.} + \sqrt{(0 + \sqrt{0})}} \\ \text{GE} \sqrt{0} + \sqrt{(250 \text{ f.} \sqrt{125 \text{ f.}})} \\ \hline \sqrt{300 \text{ f.} - \sqrt{(250 \text{ f.} - \sqrt{125 \text{ f.}})}} \end{array}$                                    |                                                                                                                                                                                   |
|       | VI                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | VII                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                   |
|       | $\begin{array}{r} \sqrt{300 \text{ f.} - \sqrt{(250 \text{ f.} - \sqrt{125 \text{ f.}})}} \\ \text{ID} \sqrt{75 \text{ f.} - \sqrt{(6250 \text{ q.} - \sqrt{78125 \text{ f.}})}} \\ \hline \sqrt{13750 \text{ q.} - \sqrt{(18750 \text{ q.} - \sqrt{703125 \text{ sex.}})}} \\ \hline \sqrt{78125 \text{ sex.}} \end{array}$ | $\begin{array}{r} \sqrt{75 \text{ f.} - \sqrt{(6250 \text{ q.} - \sqrt{78125 \text{ f.}})}} \\ \sqrt{25 - \sqrt{(6250 - \sqrt{78125})}} \\ \hline \sqrt{13750 \text{ q.} - \sqrt{(18750 \text{ q.} - \sqrt{703125 \text{ sex.}})}} \\ \hline \sqrt{78125 \text{ sex.}} \end{array}$ |                                                                                                                                                                                   |
|       | ad hoc $\square \text{ID } 13750 \text{ quart.} - \sqrt{(18750 \text{ quart.} - \sqrt{703125 \text{ sex.}})} - \sqrt{78125 \text{ sex.}}$ adde ( <i>juxta præc. 8.</i> ) quadratum IE N. 4.                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                   |



IE N. 4. inventum, nempe 3750 *quart.* — ✓ 78125 *sex.*  
 & venit quadratum DE 175 *sec.* — ✓ (18750 *quart.* — ✓  
 703125 *sex.*) — ✓ 3125, *quart.* ergo ipsa DE, seu latus pen-  
 tedecagoni ✓) 175 *sec.* — ✓ (18750 *q.* — ✓ 703125 *sex.*)  
 — ✓ 3125 *quart.*) quod erat quærendum.

S E C T I O. IV.  
 G E O M E T R I C A.

**Q**Uæstionibus sat operosis sectionem præ-  
 cedentem finivimus; hæc subsequens mitiores dabit,  
 quia ex Geometria Practicâ. Haud enim tantas dif-  
 ficultates Praxis patitur, ac Theoria; sed ex Observationibus  
 quibusdam (à quibus, sicut & ab Instrumentorum apparatu  
 pleramque Geometriæ Practicæ partem pendere audacter af-  
 fero) ea quæ nondum cognita, solerter indagat, & quæ sita  
 reperit labore faciliè ferendo.

Q U Æ S T I O.

XXXVIII. Distantia à turri dimetiendâ est BC 50  
 ped. observatione autem per quadrantem Geometricum factâ  
 comperio, angulum ACB ad horizontem, esse duplum an-  
 guli ad verticem CAB, quæritur altitudo turris AB. *fig. 21.*

Solutio per tabulas sinuum &c.

Hæc facilis est: nam pono angulum A esse 1 Ze, erit ejus  
 duplus C 2 Ze, & hi additi 3 Ze sunt æquales uni recto, nempe  
 90, gr. facit 1 Ze, hoc est BAC 30. gr. & BCA 60 gr. In trian-  
 gulo igitur rectangulo ABC datur latus BC 50, & anguli, er-  
 go ut sinus totus ad BC 50, ita tangens BCA 173205 ad AB  
 86  $\frac{6025}{10000}$  ped. hoc est in rigore 86 ped; 3  $\frac{856}{10000}$  digit.



## Per Algebram.

Divide angulum majorem ACB bifariam per rectam DC, itaque quoniam angulus ACB duplus est anguli BAC: est autem duplus cujusvis etiam anguli DCB & ACD, erunt anguli BAC, DCA & DCB æquales inter se; & in  $\Delta$ gulo ADC latus DC (*per* 6. 1.) lateri DA æquale, & insuper  $\Delta$ gulum DBC  $\Delta$ gulo CBA simile: nam angulus ad B rectus est, angulus autem DCB æqualis angulo BAC, ergo & reliquus BDC reliquo ACB, ergo (*per* 4. 6) ut DB ad BC, ita CB ad BA.

His demonstratis pone pro segmento DB 1 Ze, ergo ut DB 1 Ze ad BC 50, ita CB 50 ad BA  $\frac{2500}{1Ze}$ . Quadra latus DB,

& etiam latus BC: hæc quadrata 1  $\frac{1}{3}$  & 2500 addita faciunt  $\square$  DC 2500 + 1  $\frac{1}{3}$ . Subtrahe ab inventa AB  $\frac{2500}{1Ze}$  rectam

DB 1 Ze, & habes segmentum AD  $\frac{2500}{1Ze}$  — 1 Ze, hoc quadra

& habes  $\frac{6250000}{1\frac{1}{3}}$  — 5000 + 1  $\frac{1}{3}$ , cum autem DA sit æqualis DC,

erit quadratum hoc DA  $\frac{6250000}{1\frac{1}{3}}$  — 5000 + 1  $\frac{1}{3}$  æquale  $\square$ to

DC 2500 + 1  $\frac{1}{3}$ . Subtrahe utrinque 1  $\frac{1}{3}$ , erunt  $\frac{6250000}{1\frac{1}{3}}$  — 5000

æquales 2500. Multiplica utrinque per 1  $\frac{1}{3}$ , erunt 6250000 — 5000  $\frac{1}{3}$  æquales 2500  $\frac{1}{3}$ . adde utrinque 5000  $\frac{1}{3}$ , erunt 6250000 æquales 7500  $\frac{1}{3}$ , divide utrinque per 7500, erunt 83  $\frac{1}{3}$  æquales 1  $\frac{1}{3}$ , extrahe denique utrinque radicem quadra-

ram, & erunt  $\sqrt{83\frac{1}{3}}$  æq. 1 Ze, sed DB ponebatur 1 Ze, er-

go DB est  $\sqrt{83\frac{1}{3}}$ . Itaque ut DB  $\sqrt{83\frac{1}{3}}$  ad BC 50, ita CB

50 ad BA  $\sqrt{\frac{18750000}{2500}}$  hoc est  $\sqrt{7500}$ , quod suprainvento nu-

mero



mero  $86 \frac{6015}{10000}$  physicè omnino congruit. Hinc patet brevissima

## Regula.

I Quadra distantiam à turri datam II quadratum triplica. III ex hoc triplo extrahe rad.  $\square$ , & habes altitudinem turris.

## Demonstratio

Deducitur ex processu Algebraico posito, & quidem clariùs, si pro rectâ AB ponatur 1 Ze.

XXXIX Aliam turrim quadrato Geometrico dimetiri aggredior; quia autem ad ejus radicem accessus non patet, ideò stationem opportunam eligo, & comperio altitudinem turris ad distantiam stationis à radice turris, esse ut 4 ad 1: In directum ergo retrogrediar per 50 pedes, & rursus comperio altitudinem turris ad distantiam hujus stationis ab ipsâ turri se habere ut 3 ad 1, quæritur altitudo turris.

## Solutio per Algebram

Pone pro primâ statione 1 Ze, erit ergo altitudo turris 4 Ze. Deinde, quia distantia primæ stationis à turri est 1 Ze, distantia autem secundæ stationis à primâ est 50 ped. erit tota distantia stationis secundæ à turri  $1 \text{ Ze} + 50 \text{ ped.}$  Dic ergo sicut se habent 3 ad 1, ita altitudo turris suprainventa  $4 \text{ Ze}$  ad distantiam secundæ stationis à turri  $\frac{4 \text{ Ze}}{3}$  inventa autem est hæc distantia esse  $1 \text{ Ze} + 50$ , ergo  $\frac{4 \text{ Ze}}{3} \propto 1 \text{ Ze} + 50$ , seu  $4 \text{ Ze} \propto 3 \text{ Ze} + 150$ . Subtrahe utrinque 3 Ze erit  $1 \text{ Ze} \propto 150$ , ergo distantia primæ stationis à turri est 150 ped. Et hujus quadruplum 600 ped. erit ipsa altitudo turris quæsitæ: & distantia ultimæ



primæ stationis à turri 150 + 50, hoc est 200 ped.

Regula dabitur inferius.

XL. Aliam turrim observo se habere ad distantiam primæ stationis ut 2 ad 1, sed ad distantiam secundæ stationis ut 4 ad 7, differentia stationum est 50 ped. quæritur altitudo turris.

Solutio per Algebram.

Pone pro altitudine turris  $4Ze$ , erit ergo distantia primæ stationis  $2Ze$ , & distantia secundæ  $7Ze$ , quia autem differentia stationum est 50 ped. adde huic differentię distantiam primæ  $2Ze$ , & erunt  $7Ze$  (nempe distantia secundæ stationis à turri) æq.  $50 + 2Ze$ . Subtrahe utrinque  $2Ze$ , erunt  $5Ze$  æq. 50 ped. facit  $1Ze$  æq. 10, ergo turris  $4Ze$  erit 40 ped.

Differentia harum duarum quæstionum est quòd in primâ turrism ad distantiam ultimæ, quàm primæ stationis habeat *proportionem majoris inæqualitatis*: in secundo autem ad distantiam ultimæ habeat *proportionem quidem minoris*, ad distantiam verò primæ *proportionem majoris inæqualitatis*: id est: in primo casu turris altitudo major est, quàm distantia stationis ultimæ, in secundo verò minor quàm distantia stationis ultimæ, major tamen quàm distantia primæ.

XLI. Alibi observo turrim ad distantiam stationis primæ, se habere ut 3 ad 2, ad distantiam secundæ ut 6 ad 5, differentia stationum est 60 ped. Quæritur ut suprâ.

Solutio per Algebram.

Pone pro altitudine turris  $6Ze$ , erit distantia secundæ stationis  $5Ze$ : item distantia primæ stationis erit  $4Ze$  (nam ut 3 ad 2, ita  $6Ze$  ad  $4Ze$ ) cui distantię addita differentia stationum 60 ped. facit distantiam secundæ stationis à turri  $4Ze + 60$  æq.



60 æq. suprainventis 5 Ze. Subtrahe utrinque 4 Ze, eruntque 60 æq. 1 Ze, ergo turris 6 Ze, erit 360 ped.

**XLII.** Rursus observo turrim ad distantiam stationis primæ se habere ut 5 ad 4, ad distantiam secundæ ut 6 ad 7; differentia stationum est 70 ped. quæritur ut supra.

### Solutio per Algebram.

Pone pro altitudine 6 Ze, erit distantia secundæ stationis 7 Ze. Ergo ut 5 ad 4, ita 6 Ze ad distantiam primæ stationis  $\frac{24}{5}$  Ze, cui addita differentia stationum 70 ped. facit distan-

tiam secundæ stationis  $\frac{24}{5}$  Ze + 70 ped. æq. suprainventis 7 Ze

hoc est,  $24 \text{ Ze} + 350 \text{ æq. } 35 \text{ Ze}$ . subtrahe utrinque  $24 \text{ Ze}$ , erunt  $350 \text{ æq. } 11 \text{ Ze}$ , facit  $31 \frac{2}{11}$  ped. æq. 1 Ze, ergo altitudo

turris 6 Ze erit  $190 \frac{10}{11}$ .

Differentia harum duarum quæstionum à superioribus est, quòd in illis altitudo ad distantiam habeat *proportionem multiplicem* aut *submultiplicem*: in his autem *proportio sit* aut *superparticularis*, aut *superpartiens*, aut alia à *multiplici* & *submultiplici* diversa. Aliam quoque distinctionem ponit Ioannes Faulhaber in *suâ scholâ Polemicâ part. 1. divis. 3. reg. 6*, ubi scilicet dividit numeros proportionales, in proportionales aut *continuè* aut *discretè*, uti loc. cit. videri poterit.

**Collig.** Quomodo altitudo investiganda sit, si altitudo illa ad distantiam utriusque stationis habeat *proportionem minoris inæqualitatis*, id est si sit minor, quàm singulæ distantia: vel, si in Quadrato Geometrico stabili per utramque observationem Dioptra cadat *in umbram versam*.

**Collig. 2.** quomodo investigandum sit, quænam partes in Quadrato Geometrico per huiusmodi observatiões à Diop-



trâ abscindantur: Nam si altitudo turris est major, quam distantia, tunc erit ut altitudo ad distantiam, ita tota scala Quadrati ad partes abscissas Vmbræ Rectæ. Si verò altitudo sit minor distantia, tunc erit ut distantia ad altitudinem, ita tota scala ad partes abscissas Vmbræ Versæ, uti patet ex *Demonstratione Radicali Vmbræ Rectæ, & Vmbræ Versæ Cornelii de Judæis, in ipsius libello de Quadrante Geometrico cap. 24 & 25. Item ex ejusdem cap. 5 & 7.* Melioris autem compendii causâ ad priores omnes quæstiones solvendas, componitur hæc

### Regula.

Quia in omnibus his casibus datur proportio altitudinis ad singulas distantias, in numeris, ideò claritatis gratiâ vocemus numerum proportionatum turri ad distantiam primæ stationis, A: & numerum proportionatum ipsi distantie stationis primæ vocemus B. Secundò numerum proportionatum turris altitudini, prout comparatur distantie stationis secundæ, vocemus C, & numerum proportionatum ipsi distantie stationis secundæ, dicamus D. His positis

I Multiplica A per D. II. multiplica etiam B per C. III hæc producta subtrahere ab invicem. IV. Dic ut residuum N. 3 inventū ad A, ita differentia stationū data ad aliud. V. hoc n. 4 inventū multiplica per C. & habes altitudinē turris quæsitam.

### Demonstratio.

Petenda est ex processibus Algebraicis, uti si singulos examines, facilè perspicies.

### Operatio unica Quæstionis 40.

| I.          | II.  | III. | IV. | V.                   |
|-------------|------|------|-----|----------------------|
| A. B. C. D. | D. 7 | C 4  | I 4 | ut 10 ad A 2, ita    |
| 2. 1. 4. 7. | A. 2 | B 1  | 4   | differentia stationū |
|             | I 4  | 4    | 10  | 50 ad 10.            |
|             |      |      |     | 10 N. 4              |
|             |      |      |     | 4 C                  |
|             |      |      |     | 40, ut supra.        |



**XLII.** Turris AB 100 pedum in duas partes dividitur, inferiorem DB, & superiorem DA: has singulas cupio dimetiri: & discedo à radice turris B per lineam horizontalem BC 75 ped. Cùm autem observationem auspicor, comperio binas illas partes BD & DA mihi omninò æquales videri, quæritur ergo, quantæ sint *fig. 21.*

**Solutio per tabulas sinuum &c.**

Quoniam ex optica constat, *quæ videntur æqualia, videri sub æqualibus angulis*, sequitur angulos ACD, DCB esse æquales. Quærendus igitur est alteruter angulorum, BAC, vel ACB. Itaque ut BA 100 ad sinum totum 1000000, ita BC 75, ad tangentem anguli BAC 750000, quæ tangens dat angulum BAC 36 gr. 52 min. 11 sec. ergo ACB est 53 gr. 7 min. 49 sec. quia autem (uti dictum est) anguli BCD, DCA sunt æquales, divide angulum ACB 53 gr. 7 min. 49 sec. bifariam, & habes angulum BCD 26 gr. 33 min. 54 sec. +. Præter hunc angulum datur etiam in Δgulo DBC latus BC 75, ergo ut sinus totus 1000000 ad BC 75, ita tangens anguli BCD 500000, ad latus DB 37  $\frac{1}{2}$ , hoc si subtrahas ex totâ AB 100, habes etiam AD 62  $\frac{1}{2}$ .

**Solutio per Algebram.** Pone pro BD 1 Ze, erit DA 100 — 1 Ze. quadra latus AB 100, & latus BC 75, quadrata adde, & habes quadratum AC 15625, & ipsum latus AC 125. Quoniam ergo angulus ACB bifariam dividitur per rectam CD erit (per 3. 6.) ut BD ad DA, ita BC ad AC, & (per coroll. 4. 6.) ut BC 75 ad AC 125, ita BD 1 Ze ad DA  $\frac{125 Ze}{75}$  seu  $\frac{5 Ze}{3}$  supra autem pro eadem DA ponebatur 100 — 1 Ze, ergo  $\frac{5 Ze}{3}$  æquantur 100 — 1 Ze, vel 5 Ze æq. 300 — 3 Ze. Adde utrinque



rinque 3 Ze, erunt 8 Ze æq. 300, divide utrinque per 8, erit  
1 Ze, hoc est DB  $37\frac{1}{2}$  ut supra.

Proba. ut BD  $37\frac{1}{2}$  ad DA  $62\frac{1}{2}$ , ita BC 75 ad AC 125,  
uti ponebatur.

### Regula.

I. Quære hypotenusam AC (per 47. I.) II. Multiplica  
AB per BC. III. adde AC N. 1. inventam ad BC. IV. per hoc  
aggregatum divide productum N. 2. & habes DB, quâ datâ  
dabitur DA.

### Demonstratio.

Patet cùm exposito processu Algebraico, tum etiam sic de-  
duci potest. Per prop. cit. 3 l. 6. est BD ad DA, sicut BC ad  
AC, ergo (per 4. 5) ut DA ad BD, ita AC ad BC, & per compo-  
sitionem rationis prop. 18. l. 5.) ut DA + BD, id est BA ad BD,  
ita AC + BC ad BC, idèque rectangulum extremis contentum,  
nempe rectangulum ABC erit (per 16. 6) æquale rectangulo  
quod medius continetur, nempe rectangulo AC + BC & BD  
contento. Si itaque multiplico (juxta præcept. 2. regula datæ)  
AB per BC, habeo rectangulum ABC, cui (uti ostensum est)  
æquatur rectangulum contentum AC + BC & BD, sed hu-  
jus posterioris rectanguli latus AC + BC habetur per præcep-  
tum 3, ergo (per præc. 4) habebitur etiam latus alterum BD,  
quod erat investigandum & demonstrandum.

Coroll. Colliges quomodo data recta (AB) secanda sit,  
ut portiones (DB & DA) datam proportionem (BC ad AC)  
habeant (id est ut sit DB ad DA, sicut BC ad AC,) quod etiam  
Commandinus ad prop. 10. l. 6. Eucl. docet ex Pappo. Huc  
quoque spectat illa quæstio Optica, quam Joannes Faulhaber  
p. 1. scholæ Polemica, exemplo 2. mihi fol. 116. per logarithmos  
& Mi-



& Michaël Stifelius in exemplis finalibus quest. 2 per Algebram (sed erroneè, uti examinanti patet) solvit.

**XLIV.** Campus perfectè quadratus, cujus area est 900 virg. quadrat. in quatuor portiones ita divisus est, uti videtur in fig. 22. Omnes autem portiones conveniunt in uno puncto B, estque portio DG 216, quærantur portiones reliquæ.

### Solutio per Algebram.

Quia quadratum AC est 900, erit ejus radix HC seu DE 30. Pone ergo pro BE 1 Ze, & remanet pro DB 30 — 1 Ze: est autem BC (per corol. 4. 2) quadratum, ergo BG æqualis ipsi BE etiam erit 1 Ze. Multiplica igitur DB 30 — 1 Ze per BG 1 Ze, & habes rectangulum DBG 30 Ze — 1 z. cui ex hypothesis æquantur 216: seu 30 Ze — 216 æq. 1 z. ex his quæritur radix uti sequitur:

$$\begin{array}{r} 30Ze - 216 \\ 15 \quad \quad 225 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{subtr.} \\ 9 \text{ radix est.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 15 \\ 3 \end{array}$$

12 BE, ergo DB 18.

### Proba.

|         |        |         |          |
|---------|--------|---------|----------|
| DB 18   | BG 12  | DB 18   | DBG. 216 |
| BG 12   | BE 12  | FB 18   | FBE. 216 |
| DBG 216 | EG 144 | DF. 324 | EG. 144  |
| FBE 216 |        |         | DF. 324  |
|         |        |         | AC. 900  |

### Aliter Per Algebram.

Pone pro quadrato BC 1 z, & dic (per lemma prop. 54. l. 10) ut AC 900, ad DC hoc est DG 216 + BC 1 z, ita DC 216 + 1 z, ad BC  $\frac{46656 + 432z + 1z^2}{900}$  prius autem ponebatur



pro eodem quadrato BC 13, ergo 13 xq.  $\frac{46656 + 4321 + 13}{900}$  hoc

est 900 xq.  $46656 + 4321 + 133$ : subtrahe utrinque 4321,  
& remanent 4683 xq.  $46656 + 133$ , vel 133 xqualis 4683  
— 46656. Extrahe utrinque radicem □tam, id est ex 133  
(quæ erit 13) & ex 4683 — 46656 (juxta dicta in quest. 16.)  
& erit hæc 144, ergo 13 xq. 144, sed □tum BC ponebatur  
esse 13, ergo □ BC est 144, & BE 12, ut supra, Ex his duâbus  
operationibus componitur duplex Regula.

### Regula prima.

I. Quære latus quadrati. II. hoc dimidia. III. dimidium  
quadra. IV. Ex hoc quadrato subtrahe datum rectangulum  
(DBG) V. Ex residuo quære radicem □tam. VI. hanc sub-  
trahe ex dimidio N. 2. invento, & habes latus minoris qua-  
drati (nempe BE) quo invento cætera faciliè reperiēs.

### Regula secunda.

I. Datum rectangulum duplica. II. duplicatum subtra-  
he ex toto quadrato. III. Residuum dimidia. IV. dimidium  
quadra. V. quadra etiam ipsum rectangulum (DBG) datum.  
VI. & hoc quadratum subtrahe ex quadrato N. 4. invento.  
VII. Ex residuo extrahe rad. □tam. VIII. hanc subtrahe ex  
dimidio N. 3. invento, & habes quadratum minus (BC) ex  
quo cætera invenies, ut supra hæc regula pro Doctis.

### Demonstratio.

Vtriusque sunt positæ operationes Algebraicæ, uti exa-  
minanti patebit. Superest adhuc Demonstratio alia regulæ  
primæ, ex ipsâ etiam operatione Algebraicâ deducta.

Divide latus unum totius quadrati AC, verbi gratiâ la-  
tus NC bifariam (hoc est præceptum secundum datæ regulæ)  
in puncto M: ex quo puncto tanquam centro, intervallo au-



tem unâ ipsarum MN. MC semicirculus CKN describatur, producatûrque DE in K, & KM jungatur. Quoniam igitur recta EC æqualis est rectæ EB, & reliqua sunt constructa ad modum, quem præscribit propositio ultima lib. 2. Euclidis, erit quadratum ex EK æquale uni rectangulorum NEB aut DBG: hoc quadratum ex EK si subtrahatur à quadrato MK, id est à quadrato NM aut MC, remanebit quadratum ME (& sic præc. 3 & 4 datæ regulæ primæ satisficit) cujus radix, hoc est, ipsa ME si subtrahatur à dimidia MC, relinquit rectam EC, quod est latus quadrati minoris BC, uti præscribit præceptum 5 & 6 datæ regulæ. Et hoc erat demonstrandum. Subjungitur adhuc

### Regula alia

I. Datum rectangulum duplica. II. duplum subtrahe ex toto quadrato. III. Quære latus quadrati. IV. hoc divide in duas rectas, quarum quadrata sint æqualia residuo N. 2. invento (per quæst. 14.) & habes segmenta BD & BC.

### Demonstratio

Nam si rectangulum DBG duplicetur, seu bis ponatur, habentur rectangula æqualia DBG & FBE: si hæc subtrahantur ex toto quadrato AC, remanebunt quadrata AB & BC: datur autem latus DE, hoc itaque dividendum est in alia duo latera, quorum quadrata sint AB & BC, quibus habitis habetur petitorium.

**XLV.** Quæritur, quibus fundamentis nitatur Ichnographia subterranea, quam ope acûs Magneticæ passim peragunt Geometræ miherarum,

Nota primò: talem Ichnographiam meatûs cujusdam subterranei perficere vocant, *einen Stollen verziehen / oder verûngerer*; id est, *mensuris immixtis* describere.



2. Ad hanc Ichnographiam varia adhibentur instrumenta. Primò *circulus Horizonti parallelus*, communiter in 24 partes divisus, quarum quælibet in alias particulas 16 subdividitur. hic circulus duâbus acubus Magneti probè affricatis instruitur; ejus usus est, ut cujuslibet meatûs declinatio à lineâ meridianâ (saltē Magneticâ) habeatur. Germanicè vocatur: **der Berg-Plan in 24 Stunden außgetheylt.** Secundò *semicirculus verticalis*, circa axem verticalem mobilis, dividitur in duos Quadrantes, quorum uterque in 12 gradus, & quilibet gradus in particulas 8 subdividitur. Semicirculi hujus Radius circa centrum fixum mobilis est, & ubi peripheriam suam tangit, in subtilem lingulam definit, quæ ostendit declinationem meatûs ab horizontali lineâ, id est, plani, cui insistitur, & quod pedibus teritur, declivitatem aut acclivitatem. Semicirculus hic vocatur **der Saiger-Pogen**: acclivitas supra horizontem **Saiger-Grad übersich**: declivitas **Saiger-Grad vntersich**: Planum, per quod itur & reditur **die Strassen**. Tertiò ut circulus horizontalis horizonti sit parallelus, circulus verticalis eidem fiat perpendicularis, habent *perpendicularum* (**Bley-Senckl**). Quartò habentur duo baculi, quibus circulus horizontalis & verticalis cum perpendicularis superimponuntur. Quintò *filum mensorium* (**Mess-Schnur**) in certas partes, quas **Classer** nominant, distributum, ad quarum singulas distinctiones anulus parvus alligatus est.

3. Quando itaque Ichnographia cujusdam meatûs subterranei est perficienda, tunc extremitas fili mensorii baculo secundo (de quo diximus) appenditur: altera extremitas ad certam distantiam affigitur semidiametro circuli verticalis. Dein omnia ritè componuntur, ut scilicet duo baculi unâ cum circulo verticali sint horizonti perpendiculares, circulus autem horizontalis eidem parallelus, & insuper acus Magnetica lineæ meridianæ, quæ circulo horizontali inscripta est, perfe-



perfectè congruant, & directè insistant: his positis, per lingu-  
lam, quæ motum circuli verticalis continuò sequitur, habe-  
tur in circulo horizontali declinatio fili mensorii, seu meatûs  
subterranei à lineâ meridianâ seu Magneticâ. Secundò habe-  
tur plani ( cui insistitur, & cui filum mensorium est paralle-  
lum ) declivitas & acclivitas in circulo verticali. Tertiò ha-  
bentur etiam longitudo fili mensorii ab uno baculo ad alterum,  
quæ omnia diligenter in chartâ annotantur; dein ad alteram  
stationem pergitur, tum ad tertiam & reliquas, in quibus  
eadem similiter observantur, quæ in primâ, usquedum to-  
ta Ichnographia sit perfecta.

4. Ut postea tota *Planta* appareat, & sciatur, ubi locorum  
Mineræ sint, an versùs Occasum vel Ortum, quantum hic  
meatus distet ab altero, quomodo ab hoc ad illum aditus sit  
aperiendus, & cætera quorum gratiâ Ichnographia institui-  
tur, fit descriptio in chartâ ( *die Veriüngerung/oder das ver-  
iüngerere* ) ad quam adhibetur iterum circulus horizontalis  
priori ( de quo N. 2 ) similiter divisus, & acu Magneticâ in-  
structus, cujus centro adaptatur scala mensuræ diminutæ  
( *die veriüngte Classer vnd Leben* ) hujus circuli ope deli-  
neantur in chartâ declinationes meatuum à lineâ meridianâ,  
quæ efficiunt ipsos angulos. Ut autem habeatur vera *Planta*,  
non in chartâ describenda est eadem longitudo fili mensorii,  
quæ in meatu subterraneo reperta fuit, sed habenda est ratio  
declinationis ab horizonte, aliàs tota Ichnographia foret er-  
ronea. Itaque ad inveniendam veram *Plantam* reperta sunt  
varia instrumenta, unum repræsentat Quadrantem, alterum  
Quadratum, tertium ( ob similitudinem ) furca dicitur. Sed  
nunc passim Quadrante utuntur, qualis est in fig. 23. hujus  
peripheria dividitur similiter Quadranti circuli verticalis in  
12 gradus, semidiameter utraque in 8 communiter partes  
( *veriüngte Classer* ) quælibet in 4 minores: ab harum sin-  
gulis



gulis divisionum punctis ducuntur perpendiculares se se mutuò in plano quadrantis decussantes, ut plurima fiant quadratula. Hæ perpendiculares repræsentant sinus Rectos angulorum, vel arcuum in peripheriâ existentium, unde non inconcinnè hic quadrans vocari potest *Tabula sinuum Mechanica*. Centro affigitur mobilis alia semidiameter prioribus similiter divisa. Vfus ejus hic est. Sit in circulo verticali abscissus gradus  $5 \frac{1}{2}$ , distantia duorum baculorum sit 5, quæritur *plantæ*?

move<sup>2</sup> semidiametrum in quadrante mobilem, ad gradum  $5 \frac{1}{2}$  abscissum, dein in immota hac semidiametro quære distantiam baculorum, nempe in posito exemplo 5, ab hujus divisionis puncto duc perpendicularem ad semidiametrum horizontalem: ubi hæc perpendicularis dictam semidiametrum secat, sit punctum, cujus distantia à centro significat veram *plantam* in chartâ describendam. Sic in isto exemplo memorati puncti distantia à centro est circiter 4. Et ratio est, quia semidiameter mobilis repræsentat planum, cui in meatu subterraneo insistitur, semidiameter ipsam lineam horizontalem, gradus in peripheriâ abscissi angulum declinationis ab horizonte. Ergo sicut se habet mensura semidiametri mobilis abscissa, ad mensuram semidiametri horizontalis à perpendiculari lineâ abscissam, ita se habet distantia baculorum in observationibus annotata, ad veram *plantam* in charta describendam.

Et hoc est fundamentum primum circa lineas. Ad ostendendum autem alterum fundamentum circa angulos

Supponitur 1. Acum Magneticam aut nihil, aut semper æqualiter declinare a verâ lineâ meridianâ: id est, omnes lineas acum Magneticarum esse parallelas. Ad quod

Supp. 2 Omnia impedimenta esse sublata, quæ directam acus Magneticæ ad suum Polum conversionem remorari



rari possint; hinc omne ferreum, seu extra mineras illud sit, seu in iis adhuc lateat, abesse ponitur, ut sic acus liberè Polum suum respiciat.

Supp. 3. Omnes lineas rectas Meridianas in distantia non adeò magna, saltem Physicè esse parallelas, ideò inclinationem & declinationem earum esse in advertibilem,

Quod autem ad *suppositum* 1 & 2 attinet, non adeò res certa est, cum ipsemet triplici observatione compererim, acum Magneticam diversis temporibus diversimodè nunc plus, nunc minùs (uti etiam advertit Stemmate & Doctrina perillustris Digbeus in *suà demonstratione Immortalitatis Anima Rationalis tract. 1. C. 22. N. 10*) à vero meridie declinare: & idcirco si Ichnographia per intervallum (quod subinde variis de causis contingit) peragatur, aut si observationes in ipsis montibus factæ describantur in chartâ, primùm post aliquot menses, tunc hæc Ichnographia omni ex parte accurata minimè erit, quia acus Magneticæ prima vice plus, alterâ minùs declinare potuerunt, & per consequens omnes lineæ Magneticæ nullo modo erunt parallelæ. 2. Quis affirmabit, nusquam latere Ferrum? 3. Quomodo, quæso, per tales acus Magneticas instituetur Ichnographia meatûs alicujus subterranei, cujus latera continent metallum & venas Ferri? Experientia enim testatur, sympathiam Magnetis non solùm ad ferrum jam ex minerais extractum, verùm etiam ad ipsas Ferri venas se extendere: quomodo ergo ejusmodi Ichnographiæ tutò inniti & acquiescere poterimus? Itaque cum has pluresque fallacias Magnetis usus quotidianus detegat, in Ichnographiâ autem subterraneâ res non circa nihilum versetur, alia ego Instrumenta, Geometriæ legibus omninò conformia excogitavi, & parari feci, quæ rejectis illis acubus Magneticis negotium hoc Ichnographicum peragunt methodo perfectiori. Si præsens hoc opusculum à lectoribus meis



animo benigno exceptum fuisse comperero, me devincient, ut & illa in publicum prodire sinam, ob insignem & facilitatem & utilitatem suam, quam toti Geometriæ præstare possunt, haud ingrata (uti spero) futura. Attamen ut promissum fundamentum aperiā, concedendum interim est, *prius supposita* esse vera. Quo posito ostenditur fundamentum circa descriptionem angulorum in fig. 24. Meatus subteranei cujusdam situs horizontalis sive *planta* indigitatur per lineas ABCDE, lineæ autem meridianæ Magneticæ inter se parallelæ per lineas punctatas FG. Primò itaque unus baculorum cum extremitate filii mensorii perpendiculariter infigitur puncto B, alter cum circulo horizontali acubus Magneticis instructo, & Circulo Verticali, etiam perpendiculariter insistit puncto A: deinde planum circuli horizontalis tamdiu vertitur, donec acus Magneticæ lineæ Meridianæ GF perfectè congruant, quo obtento filum mensorium AB abscindit & denotat quantitatem anguli BAG, vel BAF, id est, declinationem lineæ AB à linea Magneticâ FG. Hic ergo angulus BAG, cum cæteris quæ observanda veniunt, in charta diligenter annotantur. Secundò primus baculus pergit ulterius v. g. ad punctum C, alter autem ad punctum stationis prioris B, ubi iterum circulo horizontali ritè composito, acubusque Magneticis lineæ Meridianæ FG congruentibus, habetur angulus CBG, vel CBF, denotans declinationem lineæ CB à linea Meridiana GF, quæ omnia denuò annotantur. Similiter observantur linearum CD & DE declinationes à lineis Meridianis GF &c, donec totius meatus Ichnographia fuerit finita, quæ deinde eodem ferè modo in charta describitur, ut vera tandem *planta* quæ sita ob oculos ponatur. Sed de his satis. Reliqui casus in Oreometria frequentius occurrere soliti, quales sunt: indagatio quis locus sit altior altero, & quantum: quænam declivitas vel acclivitas tenenda, si ab

hoc



hoc loco ad alium sit aditus ( *ein Durchschlag* ) aperiendus, in quo angulo, & quam mensura &c: quomodo in extrema montis superficie sit inveniendum illud punctum, sub quo locus quispiam in visceribus montis absconditus perpendiculariter jacet, & quantum sit inferior &c. uti à Trigonometriæ peritis facile solvuntur, ita brevitatis causa hîc studio prætereuntur.

Occurrunt autem nonnunquam & alii casus, qui sine Trigonometriæ ope haud sanè solvi se sinunt: Nam in Oreometria quoque possunt obvenire *triangula rectilinea obliquangula*, quæ ex Tabella illa figuræ 23 non facile quispiam solvet. Sicuti si quis majoris, imò maximæ securitatis causa vellet Ichnographiam meatûs cujusdam subterranei perficere, sine *Planta* in charta delineatione, is frustra utique laboraret, nisi calculum Trigonometricum in subsidium sibi ascisceret. Sed de his plura adhuc *in Appendice*.

**XLVI.** Multos ego, eósque diversos modos legi vivendi ( ut vocant ) seu mensurandi segmenta, vel potius ( ut cum Archimede & Apollonio Pergæo loquar ) *Residua conorum* Ifoſceliorum; alios quidem, qui nec Stereometriæ, nec ipsi adeò experientiæ conveniunt: alios autem, qui ab experientia haud multum quidem aberrant, ad amussim tamen Stereometricam examinanti, non eam quam præferunt ἀκριβως exhibent: alios denique, qui cum utrinque satisficiant, ob omissas nihilominus demonstrationes in suspicionem vocari à quibusdam possunt. Iste itaque ex penu nostra, more Mathematico propositus sit

## MODUS

Residua conorum Ifoſceliorum ( sectionibus factis basi parallelis ) sola Virga longimetrica dimetiendi.

Sit *in fig. 25.* conus Ifoſcelius EAC ( plano scilicet per axem



axem AF trajecto repræsentatus ) ejus basis EC: Iste conus EAC secetur utcunque plano BD basi EC parallelo, erit portio DAB ( *per prop. 4 lib. 1 Apollonij* ) conus, & portio CBDE residuum conii. Itaque virga communi longimetrica ( in æquales scilicet particulas, uti *pollices v. g.* divisa ) metire utriusque baseos diametrum CE, & BD, & lineam diagonalem CD: fit ergo CE 28, BD 20, & CD 30, ex his datur altitudo GF istius residui. Nam (I.) subtrahe minorem diametrum BD, id est MH à majori CE, remanet CM + EH 8. (II.) ergo CM vel EH erit 4. (III.) CM est 4, & MH 20. ergo CH 24. (IV.) hujus CH 24 quadratum 576 subtractum ex diagonalis CD 30 quadrato 900 relinquit quadratū 324 rectæ DH ( *per 47.1. Eucl.* ) ergo ipsa DH seu altitudo residui erit 18.

2. Hinc facile habetur axis illius conii, ex quo residuum CBDE est absectum. nempe ut EH 4, ad HD 18, ita EF 14, ad FA axem 63 ( *per 2.6. Eucl.* )

3. Rursus absque difficultate reperitur soliditas hujus conii EAC: nam quia diameter EC est 28, erit ( *ex tabulâ circulo- rum planimetricâ Conometricæ Mauritanæ fol. 17* ) area hujus circuli 615.75 *sec.* quæ per axem seu altitudinem FA 63 multiplicata dat 38792.25 *sec.* pro Cylindro Recto, cujus baseos diameter quidem est EC, altitudo autem FA. Cùm verò ( *per 10. 12 Eucl. vel etiam, uti deducitur ex prop. 38 & 39 lib. 1. de Spharâ & Cylindro Archimedis* ) omnis conus tertia pars sit Cylindri, qui eandem basim habet, & altitudinem æqualem; erit tertia pars cylindri hujus 38792.25 *sec.* æquales cono EAC, nempe 12930.75 *sec.*

Si liber ille cui titulus: Conometria Mauritiana: non ad manum sit, proprio Marte poteris aream circuli, cognita diametro sic investigare. Dic ut 14 ad 11, ita quadratum dæ diametri, ad aream circuli quæsitam: vel exactiùs, si dicas, ut 1000.000 ad 785.398, ita quadratum diametri ad aream

circu-



circuli: Vel adhuc longè melius, si dicas ut 1000000.00000, ad 785,398.16339, ita quadratum diametri ad aream circuli. *Demonstratur.* Diameter cujuscunque circuli est ad peripheriam ejusdem, uti 100000 ad 314159, vel uti 100.000.000.000.000.000 ad 314.159.265.358.979.323.8465 juxta Ludolphum de Ceulen, & Grienbergerum. Ponatur itaque Diameter cujusdam circuli 100.000 &c. erit peripheria 314.159 &c. Si verò peripheria 314.159 &c. multiplicetur per semidiametrum 50.000 &c. & producti sumatur dimidium 7853.981634. habebitur triangulum, quod dato circulo est æquale ( *per prop. 1. de circuli dimens. Archim.* ) ergo circuli, cujus diameter est 100.000, area est 7853.981634. Sunt autem circuli inter se, ut diametrorum suarum quadrata ( *per 2. 12. Eucl.* ) ergo ut quadratum ex 100.000, nempe 10000.000000, ad quadratum cujuscunque diametri, ita area 7853.981634, ad aream illius circuli, vel ( *per 16. 5. Eucl.* ) ut 10000.000000 ad 7853.981634, ita  $\square$  tum diametri ad aream circuli, quod erat demonstrandum.

4. Eodem modo ex data diametro DB 20 habetur area circuli ex DB 314.16 *sec.* quæ multiplicata per altitudinem GA 45 ( nempe FA 63 — FG 18 ) dat cylindrum 14137.20 *sec.* cujus tertia pars erit conus ex DAB 4712.40 *sec.* Vel aliter reperitur conus DAB similis cono EAC, si dicatur ut cubus diametri EC, ad cubum diametri DB, ita conus EAC ad conum DAB ( *per 12. 12. Eucl.* )

5. Subtractus conus DAB 4712.40 *sec.* ex cono EAC 12930.75 *sec.* relinquit Residuum CBDE 8218.35 *sec.* quod erat investigandum

XLVII. Dimetiendis autem doliorum capacitatibus ( si scilicet dolia vinaria considerentur tanquam duo conorum residua, quorum basis majores sibi congruunt, uti



fig. 26. ostendit ) applicari hæc Conometria potest eo qui sequitur modo.

1. Accipe vas quodcunque cognitæ exactè capacitatis, quod impletum undique aqua pondera; dein illud ipsum vas, jam emissâ omni aquâ, singulariter etiam pondera, & pondus inventum à priori subtrahe, & habebis pondus aquæ, quâ vas erat impletum. *Ex. gr.* sit vas, quod accuratè continet 60 mensuras: hoc aquâ impletum ponderet 63 libras: sed solum vas habeat 18 libras. ergo sola aqua ponderabit 45 libras. Scio ergo, 60 mensuras ponderare 45 libras ( vel in numeris minimis ) 4 mensuras ponderare 3 libras, quod annoto.

2. Cura tibi fieri aliud vas, cujus & structura, & dimensio sit simplicior, ac facilior, ut cylindrum, parallelepipedum &c. huius capacitatem virga tua communi longimetrica accuratissimè inquire: nempe si cylindrus sit, metire primò diametrum internam baseos, dein altitudinem cylindri etiam internam: Secundo cognitâ basi habetur etiam area, quæ per altitudinem multiplicata dat capacitatem quæsitam. Vel si parallelepipedon sit, metire ejus altitudinem, longitudinem, & latitudinem internam, quæ omnes inter se multiplicatæ etiam dabunt capacitatem illius vasis. sit ergo capacitas inventa 16, deinde imple vas aqua, & illam aquam etiam exactè pondera, quæ v. g. sit  $1\frac{1}{2}$  libr. jam dic, 3 libræ dant 4 mensuras ( per Num. 1. ) quid  $1\frac{1}{2}$  libr. facit 2 mensuras, ergo hoc vas, cujus soliditas est 16, continet 2 mensuras.

3. Dimensionem dolii aggredere: nempe eandem virgam longimetricam, qua N. 2. usus es, demitte per orificium medium usque ad fundum perpendiculariter, vel saltem, ut ambabus dolii basibus sit parallela, & nota particulas seu pollices inter fundum & orificium internum in virga interceptos. Hi

*in fig. 25*



*in fig. 25* constituunt lineam CE, in qua E est vasis fundus, & C ejusdem orificium. 2. Eadem opera metire diagonalem CD, seu distantiam orificii C, à bascos BD puncto infimo D: hoc autem punctum D facile invenitur, si cuspidem tuæ virgæ tamdiu circumducas per circulum illum, quem facit assularum (der Laufen) occursum cum basi, donec videas, ubi numerus in virga apud C abscissus sit maximus, seu donec advertas, quod habeas distantiam puncti D ab orificio C tantam, ut majorem in hac virgæ circumductione invenire non possis. Punctum scilicet D, in circulo dicto BD, illud est, quod omnium à puncto C est remotissimum. Ergo habes etiam longitudinem lineæ diagonalis CD. 3. Similiter exempta virga metire diametrum fundi seu basis BD. His tribus lineis CE, CD, & BD cognitis, institue calculum uti supra (*in quest. 46*) docuimus, ut invenias soliditatem istius portionis dolii, quæ ex. gr. inventa sit 8218. 35 *sec.*

4. Jam ergo dic: soliditas 16.<sup>o</sup> continet 2 mensuras, quid soliditas Residui illius con, quod supra dimensi fuimus, nempe 8218. 35.<sup>o</sup> *sec?* facit 1027.<sup>o</sup> 29 *sec.*  $\frac{3}{8}$  mensuras, quæ scilicet continentur in Residuo CBDE, seu dimidio dolio; jam si & reliqua pars dolii sit huic Residuo CBDE æqualis, continebit totum dolium 2054.<sup>o</sup> 58 *sec.*  $\frac{3}{4}$  mensuras: si verò reperitur inæqualis, tunc eodem modo mensuranda est, quo Residuum seu portio CBDE.

Hic ergo est modus haud adeò operosus, quod stereometrix legibus omnino conformiter, ad visenda autem dolia vinaria absque magni erroris periculo (modò eximiam undique, & quidem omnium maximam pro dictis Num. 1 & 2, adhibueris diligentiam) audacter uti poteris: quia cur non tota quanta traditæ hujus Conometrix ratio applicari queat dimensionibus doliorum, id solum causæ est, quod ejusmodi do-



lium non quasi *Rhombus solidus utrinque decurtatus*, vel quasi ex duâbus Conorum resectorum portionibus ad bases majores sibi congruentibus ( ut ait Conometria Mauritanica fol. 72 ) compositum considerari debet ( quod omnes hactenus vel neglexerunt, vel dissimulârunt ) sed potius comparanda est *figura*, quam Archimedes *Sphaeroides* appellat, ex utrâque parte decurtata. Est autem Sphaeroides figura comprehensa, quando circa manentem alterutram diametrum semi-Ellipsis ab ipsâ subtenfa convertatur, donec restituatur in eundem locum, à quo moveri cœpit: vel ad mentem Archimedis de Conoidibus & Sphaeroidibus definitione 6: si Ellipsis, manente alterutrâ diametro, circumducta restituatur eò unde processerat, descripta ab Ellipsi figura appellatur *Sphaeroides*: id est: sicut ex circumrotatione *circuli* circa manentem diametrum fit figura solida, & vocatur *Sphæra* ( per def. 14. l. 1. 1. Eucl. ) ita ex circumrotatione *Ellipseos*, seu *lineæ ovalis* circa manentem diametrum vel axem fit similiter figura solida, & vocatur *Sphaeroides*. Ellipsis autem, vel figura ovalis est circulus quasi oblongus, aut alterâ parte longior, uti ostendit *fig. 27*. Itaque si diameter vel axis AC cogitetur immobilis, linea autem Elliptica ABCD concipiatur circumrotari circa prædictum axem AC, tunc illa figura, quam linea ista ABCD sua circumrotatione comprehendit, vocabitur *Sphaeroides*: & quidem *oblongum*, si circumrotatio fiat circa diametrum majorem AC; *prolatum* verò, si circa minorem BD: utriusque autem Sphaeroidis *Axis* appellatur diameter, circa quam manentem illa circumrotatio fit, uti AC in Sphaeroide oblongo; ejus *vertices* sunt puncta A, C, *Centrum* ejus punctum medium E. Illa verò quæ ad axem AC per centrum E ducitur perpendicularis, *diameter* dicitur, licet etiam haud infrequenter ( nullâ axeos habitâ ratione ) AC vocetur *diameter major* & BD *minor*.

His itaque præcognitis inspicere figuram 28, & videbis quàm  
benè



benè dolium FBSODG possit includi tali Sphæroidi AFBS-CODG, cujus axis AC, & diameter BD, utrinque autem resectæ sunt binæ Sphæroideos portiones GAF, & OCS, ita ut residua portio FBSODG sit pro dolio. Hujus igitur *soliditatem* dimetiri docebimus, posteaquàm scitu quædam necessaria præmiserimus.

**XLVIII.** In Ellipsi ABCD (fig. 27) datur diameter minor BD 28, & ad eandem *ordinatim applicata quædam* GO 36, cum sagittâ HD 4, quæritur diameter major AC.

### Solutio Algebraica.

Ponatur diameter AC 1 Ze, & fiat ut data diameter BD 28; ad reliquam diametrum AC 1 Ze, ita hæc AC 1 Ze ad aliam  $\frac{13}{28}$  quæ sit DF, & angulus BDF Rectus. Item fiat ut data BD 28, ad inventam DF  $\frac{13}{28}$  ita data sagitta HD, seu ML 4, ad aliam  $\frac{13}{196}$  cui erit æqualis MF (per 2 & 4. l. 6 Eucl.) hæc MF  $\frac{13}{196}$  subtracta ex totâ DF  $\frac{13}{28}$  id est  $\frac{73}{196}$  relinquit DM  $\frac{63}{169}$  quæ multiplicata per DH 4, dat rectangulum DL  $\frac{243}{196}$  vel  $\frac{63}{49}$  est autem huic rectangulo DL æquale quadratum quod fit à lineâ GH (per prop. 15. lib. 1. Conicorum Apolloni) id est quadratum 324, ergo  $\frac{63}{49}$  æquantur 324, vel (sublatis fractionibus) 63 æq. 15876, & divisione utrinque factâ per 6, erit 13 æqualis 2646, facit 1 Ze æq.  $\sqrt{2646}$ , ergo diameter quæ sita AC est  $\sqrt{2646}$ , vel mechanicè 51.<sup>o</sup> 44 sec. quæ erat investi-ganda.

Proba. Vt BD 28, ad AC  $\sqrt{2646}$ , ita AC  $\sqrt{2646}$  ad DF  $94\frac{1}{2}$ . Item ut BD 28, ad DF  $94\frac{1}{2}$  ita HD seu ML 4, ad



MF  $13\frac{1}{2}$  hæc MF  $13\frac{1}{2}$  subtracta ex totâ DF  $94\frac{1}{2}$  relinquit

DM 81, quæ multiplicata per DH 4 dat rectangulum DL 324, æquale quadrato ex GH 324.

### Regula.

I. Divide quadratum ex dimidiâ *ordinatim applicata* (id est quadratum ex HG æquale rectangulo DL) per datam sagittam (HD: & habes DM). II. subtrahe sagittam (HD) ex datâ diametro totâ (BD: & habes BH:). III. dic ut Residuum (BH) ad inventum N. 1. (ad DM vel HL) ita sagitta (DH vel ML) ad aliud (MF: per 24. 6. *Eucl.*) IV. adde inventum N. 3. (MF) ad inventum N. 1. (DM: & habes DF). V denique inter aggregatum N. 4 (DF) & datam diametrum (BD) reperienda est media proportionalis per prop. 13. 6. *Eucl.* nempe multiplica aggregatum N. 4 (id est lineam DF) per datam diametrum (DB) & habes  $\square$  tum mediæ proportionalis quæsitæ AC (per 17. 6. *Eucl.*) ex producto (quadrato scilicet AC) extrahe radicem quadratam, & habes mediam proportionalem quæsitam pro diametro AC inveniendâ.

### Demonstratio.

Videtur omitti posse, quia hæc regula nihil aliud est, quàm prorsus inversa (id est à calce ad caput retrogre-  
diens) operatio Probationis suprapositæ,  
uti cuilibet examinanti sine  
negotio patebit.





## Operatio

| I                                                      | II                                                | III                                                                   |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| $\square$ GH vel<br>rectang. DL. 32481 DM<br>HD 4      | BD. 28<br>HD. 4<br>BH. 24                         | ut BH 24, ad DM vel HL 81,<br>ita HD vel LM 4, ad MF 13 $\frac{1}{2}$ |
| IV                                                     | V                                                 |                                                                       |
| MF. 13 $\frac{1}{2}$<br>MD. 81<br>DF. 24 $\frac{1}{2}$ | DF 94 $\frac{1}{2}$<br>BD 28<br>2646 $\square$ AC | ergo AC $\sqrt{2646}$ vel 51.44, sec. quæ<br>erat invenienda.         |

## Aliud Exemplum.

In Ellipsi ABCD ( *fig. 28* ) datur diameter minor BD 740, sec. eique parallela FG, aut SO 444: sec. longitudo autem FS aut GO 835, sec. ergo sagitta HD in *fig. 27*. 148, sec. quæritur AC.

Quia GO est 835, sec. erit GH 4.<sup>o</sup> 175, tert. hujusque quadratum 17.<sup>o</sup> 430625, sex. quod (1.) per sagittam HD 148 sec. divisum, dat rectam DM 11.<sup>o</sup> 7774. quart. Secundo BD est 740, sec. ab hac subtrahe HD 148, sec. relinquitur BH 592. sec. Tertiò ergo fiat ut BH 592, sec. ad DM vel HL 11.<sup>o</sup> 7774, quart. ita HD vel LM 148, sec. ad aliud, proveniet MF 2.<sup>o</sup> 9444. quart. Quartò hæc MF 2.<sup>o</sup> 9444 quart. addita ad MD 11.<sup>o</sup> 7774 quart. dat totam DF 14.<sup>o</sup> 7218. quart. Quintò inter DF & DB media proportionalis inventa ostendit quæsitam AC; nempe DF 14.<sup>o</sup> 7218 quart. per DB 740 sec. multiplicatur, & ex producto 108.<sup>o</sup> 941320 sex. extracta radix quadrata dat mediam proportionalem, id est diametrum AC quæsitam 10.<sup>o</sup> 4375 quart.

**XLIX.** Datâ utrâque Ellipseos diametro, quæritur ipsius area. Sit ut suprâ in exemplo primo, diameter minor BD 28,



BD 28, & major AC  $\sqrt{2646}$ , id est 51.<sup>o</sup> 44 *sec.* &c. quaeritur area Ellipseos ABCD. *fig. 27.*

### Solutio.

Quoniam omne spatium Ellipticum æquatur circulo illi, cujus diameter est media proportionalis inter diametros Ellipseos ( *per demonstrationem prop. 5 de Conoid. & Spheroid. Archimedis* ) quaerenda solummodò est media proportionalis inter AC  $\sqrt{2646}$  & BD 28 : nempe rectangulum ab illarum AC & BD multiplicatione productum est 1440. 3000, *quart.* cujus radix quadrata 37.95 *sec.* ostendit diametrum circuli æqualis Ellipsi ABCD. Hujus autem area ex supradictis habetur, si fiat ut 1000000 ad 785398, ita quadratum diametri 1440.<sup>o</sup> 3000 *quart.* ad aream circuli 1131.<sup>o</sup> 2087, *quart.* quæ etiam est area Ellipseos quaesita. Hinc patet

### Regula.

I. Multiplica majorem Ellipseos diametrum per minorem. II. & productum rursus multiplica per 785398. III. Ex hoc ultimo producto abscinde sex ultimas figuras, vel in Logistica decimali *exponentem ultimæ figuræ* auge senario, & habebis aream Ellipseos quaesitam.

### Demonstratio.

Ex multiplicatione enim majoris diametri per minorem ( uti *præceptum* 1. hujus Regulæ jubet ) producitur  $\square$  tum diametri circuli illius, qui æqualis est Ellipsi datæ. Operatio autem præcepti 2di & 3 nil aliud est, quàm facere ut 1000000 ad 785398, ita quadratum diametri *præcepto* 1. inventum ad aream Ellipseos, quod superius est demonstratum.

Ope-



## Operatio

I.

AC ✓ 2646  
 vel 51.<sup>o</sup> 4392 *quart.* &c.  
 BD - - - 28  
 14403000 *quart.*

II.

785398  
 14403. 000 *quart.*  
 11312087 394. 000 *q.*

III.

ergo area Ellipseos 11312087 *quart.*  
 vel 11312087394000 *dec.*

Aliud Exepmlum. Sit (ut suprà in exēplo 2) diameter minor BD 740, *sec.* major AC 10.4375, *quart.* quæritur area, *fig. 28.*

I. Majorem diametrum AC 10.4375 *quart.* multiplico per minorem 740, *sec.* II. Productum 77.2375 *quart.* rursus multiplico per 785398, fiunt 606621780250. *quart.* III. Si *Exponens* hujus producti: nempe *quart.* augeatur senario, fiet area Ellipseos quæsitæ 60.6621780250. *dec.*

Quia in his frequenter sunt multiplicandi 785398 per alium numerum, placuit sequentem tabellam, bono Lectoris, subungere, quâ, minori cum tædio multiplicationem illam peragat.

|                                  |   |        |   |   |         |
|----------------------------------|---|--------|---|---|---------|
| Si 785398 multi-<br>plicetur per | 1 | -      | - | - | 785398  |
|                                  | 2 | -      | - | - | 1570796 |
|                                  | 3 | fiunt. |   |   | 2356194 |
|                                  | 4 | -      | - | - | 3141592 |
|                                  | 5 | -      | - | - | 3926990 |
| Si 785398 multi-<br>plicetur per | 6 | -      | - | - | 4712388 |
|                                  | 7 | -      | - | - | 5497786 |
|                                  | 8 | fiunt. |   |   | 6283184 |
|                                  | 9 | -      | - | - | 7068582 |

L. In Sphæroide ABCD (*fig. 28*) datur utraque diame-  
 ter, nempe BD minor 28, AC major 51.4392, *quart.* quæri-  
 tur ejusdem soliditas.

Regu-



## Regula.

I. Quære aream circuli, cujus diameter æqualis est Ellipseos diametro, quæ non est axis (in hoc exemplo: BD) per ea quæ diximus superius. II. Hanc multiplica per axem Ellipseos dimidiatum. III. Productum divide trifariam. IV. Quotum duplica, & habes soliditatem Sphæroidis dimidii. V. Hæc rursus duplicata dat integrum Sphæroides.

## Demonstratio.

Habito (*per præcept. I.*) circulo, cujus diameter BD, habebitur (*per præc. 2.*) cylindrus, cujus basis est ipse circulus BD, axis autem & altitudo EA, cujus pars tertia (*per præc. 3.*) æquabitur cono ejusdem basis BD, & altitudinis EA *per Io. 12 Encl.* hujus autem cono duplum adæquat Sphæroidis portio dimidia DBA *per prop. 32. de Conoid. & Sphæroid. Archimedis*, ergo *per præceptum 4* habebitur soliditas Sphæroideos dimidii, & hinc (*per præc. 5.*) etiam totius. Vnde patet.

## Regula brevior.

I. Quære aream circuli, cuius diameter æquatur diametro Sphæroidis, II. Hanc multiplica per duplum axis III. Productum divide trifariam, & habes soliditatem totius Sphæroidis.

## Operatio juxta Regulam secundam.

| I.                                      | II.                                                                   |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| Area circuli ex BD<br>est 615.752 tert. | AC dupl. 1028785 quart.<br>615752 tert.<br>63347. part. 6421320 sept. |

| III.                                        |
|---------------------------------------------|
| 633476421320 sept.                          |
| $\frac{1}{2}$ 211158807107. sept. soliditas |
| Sphæroideos quæsitæ.                        |

Aliud



Aliud Exemplum. Sit diameter Sphæroideos 740, *sec.* axis 104375 *quart.* quæritur soliditas.

## Solutio &amp; Operatio juxta Regulam secundam

I.

II.

III.

|                                                |                                                              |                                                       |
|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Area circuli ex BD<br>est 430084 <i>quart.</i> | axis duplum 208750 <i>quart.</i><br>430084 <i>quart.</i> &c. | 89780023477 <i>oct.</i><br>1. 29926674462 <i>oct.</i> |
|                                                | 89780023477 <i>oct.</i>                                      | 3 soliditas<br>Sphæroideos quæsitæ                    |

L I. Sphæroides ABCD ( *fig. 28* ) secatur plano FG recto ad axem AC, ergo sectio erit circulus ( *per propositionis 12 part. 3, de Conoid. & Sphæroid. Archimedis* ) cujus centrum in ipso axe AC: datur autem hujus circuli diameter FG 20, & altitudo NA 7.7194. *quint.* vel 772, *sec.* cum reliquis, quæ in præcedentium quæstionum exemplo primo dabantur. quæritur soliditas portionis GAFN.

## Regula

I. Quære soliditatem illius coni: cujus bascos quidem diameter est FG, altitudo verò NA. II. dic: ut axis *residua* Sphæroideos *portionis*, ad axem totius Sphæroideos *dimidiatum*, unà cum axe *dictæ portionis residua*, ita conus Num. 1. inventus ad aliud ( id est: ut NC, ad AE + NC, ita conus GAF, ad aliud ) prodibit soliditas portionis GAFN quæsitæ.

## Demonstratio

Pendet à propositione 34 de Conoidibus & Sphæroidibus. Archimedis,



## Operatio

I

|                      |                        |
|----------------------|------------------------|
| Circulus ex FG 20.   | 314159265 sext.        |
| est 314.159265 sext. | NA - - - 771964 quint. |
|                      | 242519642846460 undec. |

242519642846460 undec.

1. 808398809 + 8820, undec. conus GAF

3

II

|                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| AC erat 5143928 quint. | AC 5143928 quint.      |
| AN - - 771964 quint.   | AE 2571964 quint.      |
| ergo NC 4371964 quint. | NC 4371964             |
|                        | AE + NC 6943928 quint. |

Die ergo: ut NC 4371964, quint. ad AE + NC 6943928, quint. ita conus GAF 8083988094 sept. &c. ad Sphæroideos portionem GAFN 12083.9682871069. dec.

Aliud Exemplum. Sit diameter FG 444, sec. altitudo NA 1.04375, quint. & cætera ut in præcedentium quæstionum exemplo secundo ponebantur, quæritur soliditas portionis GAFN. Primò circulus ex FG 444 sec. est 15.483022, sext. qui per altitudinem NA 1.04375 quint. multiplicatus dat cylindrum 16.1604042125: dec. hinc conus FAG 5.3868014042. dec. Secundò ut NC 9.39375 quint. ad AE + NC 14.61250, quint. ita conus FAG 5.3868014042 dec. ad portionem GAFN 8.3794688910, dec. quæ quærebatur.

LII. Sphæroides ABCD (fig. 28) secatur plano FS. ad axem AC parallelo, ergo sectio erit Ellipsis, & quidem similis Ellipsi ABCD (per prop. 12 partem 3, de Conoid. & Sphæroid. Archimed.) datur autem sagitta, seu axis portionis BV 4,

cæte-



cæteraque ut suprà in exemplo primo. Quærentur primò diametri factæ Ellipseos.

### Solutio.

Secetur Sphæroides ABCD, plano per diametrum BD recto ad axem AC, ergo sectio erit circulus, cujus diameter ipsa BD, centrum autem E (*per prop. 12. partem 3 de Conoid. & Sphæroid. Archim.*) Sit hic circulus in fig. 29, BXDY, cujus diameter BD est 28, sagitta autem BV 4, ergo DV 24; ducatur per V ad sagittam BV perpendicularis YX, erit ejus dimidia YV, vel VX media proportionalis inter BV & VD (*per 13. 6. Eucl.*) multiplicatâ igitur DV 24 per VB 4, proveniet rectangulum DV B, id est quadratum VY, 96, ergo  $VY \sqrt{96}$ , vel 9.7979, *quart.* & tota YX (quæ est diâcter minor Ellipseos quæsitæ)  $\sqrt{384}$ , vel 19.5959: *quart.* Quoniam autem hæc Ellipsis similis est Ellipsi ABCD (*per sapius citata prop. 12. partem 3. de Conoid. & Sphæroid. Archim.* (erit *per definit. 8. ejusdem*) ut BD 28 diameter minor Ellipseos ABCD, ad AC 51.43928 *quint.* majorem diametrum ejusdem, ita YX 19.5959 *quart.* minor diameter Ellipseos hujus ad majorem FS (*fig. 28*) 36: (nam AC 51.43928 *quint.* per YX 19.5959: *quart.* vel  $\sqrt{2646}$  per  $\sqrt{384}$  multiplicata facit  $\sqrt{1016064}$  id est 1008, qui divisi per 28 dant 36 pro FS; (*uti etiam in quest. 48 exemplo i ponebatur*) ergo inventæ sunt diametri Ellipseos factæ, quod erat faciendum.

Pro areâ ejusdem citiùs investigandâ dicatur: ut quadratum cujuscunque diametri in Ellipsi majore ABCD, ad ipsam Ellipsin ABCD, ita quadratum diametri homologæ in Ellipsi minore FS, ad ipsam Ellipsin: id est; ut  $\square BD$ , ad Ellipsin ABCD, ita  $\square YX$ , ad Ellipsin FS

(*per coroll. prop. 7 de Conoid. & Sphæroid. Archimedis.*)



## Operatio

BD 28, Ellips. ABCD. YX  $\sqrt{384}$  Ellips. ES,  
 ut  $\square 784$  - ad 11312087, *quart.* ita  $\square 384$ , ad 554.0614 *quart.*

Vel

AC  $\sqrt{2646}$  Ellips. ABCD. FS. 36 Ellips. FS  
 ut  $\square 2686$  - ad 1131.2087, *quart.* ita  $\square 1296$ , ad 554.0614, *quart.* ut supra.

## Regula.

I. Multiplica sagittam datam per sui complementum ad integram diametrum cuius ipsa est portio. II. Ex producto extrahe radicem  $\square$  tam, cuius duplum erit diameter minor Ellipseos factæ. III. dic: ut diameter minor Ellipseos illius, quæ figuram Sphæroides concepit (id est: Ellipseos ab initio positæ) ad diametrum majorem ejusdem, ita diameter minor Num. 2. inventa ad diametrum majorem Ellipseos per sectionem factæ. IV. Item ut  $\square$  tum diametri cujuscunque in Ellipsi majore, ad aream ejusdem Ellipseos, ita  $\square$  tum diametri homologæ in Ellipsi minore, ad aream hujus. Demonstratio petitur ex positâ solutione.

Operatio super ea, quæ ponebantur in præcedentium questionum exemplo secundo, si sagitta BV sit 148. *sec. fig. 28 & 29.*

I.

II.

|                     |                     |                                                                                                                            |
|---------------------|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| BD 740 <i>sec.</i>  | DV. 592 <i>sec.</i> | ] ergo YV $\sqrt{8.7616}$ , <i>quart.</i><br>& YX seu diameter minor $\sqrt{35.0464}$ , <i>quart.</i> vel 5.92 <i>sec.</i> |
| BV 148              | BV. 148 <i>sec.</i> |                                                                                                                            |
| DV. 592 <i>sec.</i> | 592.                |                                                                                                                            |
|                     | 2368.               |                                                                                                                            |
|                     | 4736 <i>quint.</i>  |                                                                                                                            |

$\square$  YV 8.7616 *quart.*

ut BD



## III.

ut BD 740 sec. ad AC 10.4375, *quart.* ita YX 572, sec. ad FS 8.3500 *quart.*  
diametrum majorem quaesitam uti etiam in quaest. 48 ponebatur.

Quartò ut  $\square$  BD 54.7600, *quart.* ad Ellipsin ABCD 60.-  
6622, *quart.* ita  $\square$  tum YX 35.0464, *quart.* ad Ellipsin FS  
38.8238. *quart.*

LIII. Queritur secundò, ejusdem portionis  
Sphaeroidcos soliditas super ea, quæ dabantur in exemplo  
primo.

## Solutio.

Quia area Ellipseos FS est 554.0614, *quart.* altitudo au-  
tem BV 4, erit cylindrus Ellipticus 2216.2456, *quart.* cujus  
pars tertia, nempe 738.748.5 *quart.* æquatur cono Elliptico,  
vel potius segmento conici basin habenti eandem cum portio-  
ne, axemque eundem BV, id est, conici segmento FBS. Uni-  
versaliter enim: *Omnis Cylindrus triplus est cono eandem, cujus-  
cunque figura plana, basin habentis, & altitudinem æqualem;*  
quod de Cylindris quidem & Conis Ellipticis demonstrari  
potest per prop. 10.1, 12 Euclidis, adhibendo Ellipses pro cir-  
culis; universaliter autem hoc, & complura alia similia ex  
discursu ingeniosissimo Clariss. Isaaci Barrow &c. Angli *le-  
ctionum Geometr.* 2. pulcherrimè discuntur. Habito itaque  
isto segmento vel Cono (uti Apollonius *Conum* vocat: si ab  
aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non sit in eo-  
dem plano, in quo punctum, juncta recta linea ultra circu-  
lum producat, & manente puncto convertatur circa circu-



li circumferentiam, quousque ad eum locum redeat, à quo  
 cœpit moveri: figuram contentam circulo & superficie coni-  
 cæ, quæ inter punctum manens, & circuli circumferentiam  
 interiicitur *per* *def. I & 4 lib. I Conicorum*. Ita ego Conum  
 Ellipticum voco figuram, quæ eodem prorsus modo, nisi  
 quod loco circuli sit ponenda Ellipsis, cæteris omnibus ut  
 suprà permanentibus describitur ) Habito, inquam, isto  
 Cono Elliptico, reperitur soliditas portionis abscissæ *per*  
*prop. 35 de Conoid. & Sphæroid. Archimedis*: nam si Sphæroides  
 (ABCD) plano (FS) non recto ad axem (AC) secetur; ne-  
 que per centrum (E): minor ejus portio (FBSV) ad conum  
 Ellipticum (FBS) basin habentem eandem (FVS) cum portio-  
 ne, axemque eundem (VB) hanc rationem habebit, quam  
 simul utraque, & (BE) dimidia ejus (BD) quæ connectit  
 vertices (B & D) factarum portionum, & axis (VD)  
 majoris portionis, ad axem (VD) majoris portionis: id est:  
 ut  $BE + VD$  ad  $VD$ , ita portio FBSV ad conum Ellipticum  
 FBS, vel ut  $VD$  ad  $BE + VD$ , ita conus Ellipticus FBS, ad por-  
 tionem FBSV quæsitam, & prodibunt 1169. 685 I. *quart.*  
 Hinc

### Regula.

I. Ellipsin *questione preced.* inventam multiplica per da-  
 tam sagittam. II. productum divide trifariam. III. sagittam  
 datam subtrahe à diametro Sphæroideos. IV. ad residuum  
 adde ipsius diametri dimidiam. V. Residuum N. 3. pone in  
 primo loco Regulæ Detri, in secundo pone aggrega-  
 tum N. 4. & in tertio quotientem Num. 2.  
 dein operatione factâ prodibit  
 portio Sphæroidis  
 quæsitæ

Demon-



## Demonstratio.

Petitur ex solutione hoc modo. Per præcept. 1 & 2 habetur conus Ellipticus *eiusdem* cum portione quæsitâ *baseos & altitudinis*. Per præcept. 3 habetur VD axis residuæ portionis, per præcept. 4 habetur utraque & VD axis residuæ portionis, & BE dimidia diametri Sphæroideos: id est habetur VD + BE. per præcept. 5 dicitur ut VD, ad VD + BE, ita conus Ellipticus FBS ad portionem quæsitam. Hæc autem ita se habere in dictâ superiori solutione demonstratum est, ergo propositum constat, quod erat demonstrandum.

## Operatio pro Exemplo secundo.

| I.             | II.                  | III.        | IV.               |
|----------------|----------------------|-------------|-------------------|
| 38.8238 quart. | 57459224 sex.        | BD 740 sec. | VD 592 sec.       |
| BV. . 148 sec. | 1. 19153075 sex.     | BV 148 sec. | BE 370            |
| 57.459224 sex. | 3                    | VD. 592     | BE + VD. 962 sec. |
|                | conus Ellipticus FBS |             |                   |

Quintò ut VD 592, sec. ad BE + VD 962, sec. ita conus 19153075 sext. ad portionem 31.123747 sext. quæsitam.

LIV. His ad subsequentiâ necessario præmissis, sequitur tandem

## Modus Novus

Dolia Vinaria, aut horum similia, solâ Virgâ longimetricâ dimetiendi, eorûmque capacitates exactiùs, quàm hucusque fieri animadversum, computandi & determinandi,

Primò summâ industriâ fac ea, quæ in quæst. 47. N. 1. & 2 docuimus, deinde dimensionem dolii aggredere, uti ibidem Num. 3. ostenditur ut habeas quantitates seu longitudines



dines linearum BD, BG, & FG; (*fig. 28*) quibus cognitis reperies (*juxta dicta in quest. 46 N. 1.*) sagittam BV, & rectam lineam NE, vel FV; ejusque duplam FS, quæ vasis longitudinem repræsentat. (Nota. si dolii longitudinem tuâ Virgâ longimetricâ loco lineæ diagonalis BG possis capere; & citius operaberis.)

2. Ex his quærendus est axis AC, quem tibi patefaciet quæstio 48.

3. Nunc poteris reperire soliditatē integri illius Sphæroideos, cujus axis quidē est AC, diameter verò BD *per quæstionem 50.*

4. Si axim AC divides bifariam in E, & ab AE subtrahas rectam NE, quam Num. 1. reperisti, habebis rectam NA, ex hac NA, & rectâ FG monstrabit tibi quæstio 51 soliditatem portionis AFG, cui ex alterâ parte æqualis est portio SCO: hæ duæ portiones simul sumptæ, & dein subtractæ ex soliditate integri Sphæroideos ABCD (quam Num. 3. invenisti) relinquent tandem soliditatem dolii FBSODG quæsitam. (si forsitan portio dolii BSOD appareat inæqualis portioni BFGD, tunc portiones BFGD, & BSCOD singillatim sunt calculandæ, juxta ipsum superscriptum ordinem, pauculis solummodò, quæ res ipsa sponte suggeret, ad quæstionem 48, immutatis.)

Vt verò, quæ in quæstionibus 46, 48, 50, & 51 fusè fuere tradita, in compendio habeas, ea hîc, omissis tamen demonstrationibus (quarum nempe plerosque tædet) tanquam in anacephalæosi repetam. Dolii itaque longitudine FS, (*fig. 28*) altitudine maximâ BD, & minimâ FG per dimensionem, ope Virgæ longimetricæ (*juxta dicta in quest. 47. N. 3*) patefactâ, & exinde sagittâ BV cognitâ, sic operaberis.



## Regula.

Longitudinem dolii FS, voca *L*. altitudinem maximam BD, voca *D*. minimam FG, voca *M*. & sagittam BV, voca *S*. Itaque primò dimidiam ipsius *L* quadra, & quadratum divide per *S*.

2. Subtrahe *S* ex *D*, & habes residuum  $D - S$ .
3. Dic, ut residuum  $D - S$ , ad inventum Num. 1, ita *S*, ad aliud.
4. Adde inventum Num. 3, ad inventum Num. 1.
5. Multiplica aggregatum Num. 4, per *D*.
6. Ex producto Num. 5. extrahe radicem quadratam, & habes inventum, quod voca *A*.
7. Dic: ut 1000.000 ad 785.398, ita quadratum ex *D*, ad aliud.
8. Inventum Num. 7. multiplica per duplum ipsius *A*.
9. Productum N. 8, divide trifariam, & habes inventum, quod voca *T*.
10. Subtrahe *L* ex *A*, & habes residuum  $A - L$ .
11. Residuum  $A - L$  divide per 6.
12. Dic: ut 1000.000, ad 785.398, ita  $\square$  tum ex *M*, ad aliud.
13. Inventum Num. 12, multiplica per inventum N. 11, & habes *CP*.
14. Ad *L* adde dimidium inventi Num. 10.
15. Ad aggregatum Num. 14, adde dimidium ipsius *A*.
16. Dic: ut aggregatum Num. 14, ad aggregatum N. 15, ita *CP*, (id est: Num. 13, inventum) ad aliud, & habes inventum, quod voca *P*.
17. Duplum ipsius *P* subtrahe ex *T* (id est: ex invento N. 9.) & habebis tandem soliditatem dolii tui quæsitam.



# Operatio exempli primi.

Per dimensionem sit inventa vasis longitudo FS, 36: altitudo maxima BD, 28: & minima FG, 20: ergo sagitta BV erit 4. Quæritur soliditas five capacitas dolii FBSODG.

| I.                                | II.                                                                                                                           | III.                                                                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $L. 36. D. 28.$<br>$M. 20. S, 4.$ | $\left  \begin{array}{l} \text{dimid. } L. 18 \\ 18 \text{ N. I.} \\ \hline \square. 324 \mid 81 \\ S. 4 \end{array} \right.$ | $\left  \begin{array}{l} D. 28 \\ S. 4 \\ \hline D-S. 24 \end{array} \right. \left  \begin{array}{l} \text{ut } D-S 24, \text{ ad } 81 \text{ N. I.} \\ \text{ita, } S 4, \text{ ad } 13 \frac{1}{2} \text{ N. III.} \end{array} \right.$ |

| IV.                                                          | V.                                                 | VI.                                                                                                                                | VII.                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $N. III. 13 \frac{1}{2}$<br>$N. I. 81 -$<br>$94 \frac{1}{2}$ | $N. IV. 94 \frac{1}{2}$<br>$D. 28$<br>$N. V. 2646$ | $\left  \begin{array}{l} \text{ergo } A \text{ erit } \checkmark 2646 \\ \text{vel } 51.43928. \text{ quint.} \end{array} \right.$ | $\left  \begin{array}{l} \text{ut } 1000.000 \text{ ad} \\ 785.398, \text{ ita } \square \text{ tum} \\ \text{ex } D, \text{ id est } 784, \text{ ad} \\ 615.752032. \text{ sext.} \\ \text{Num. VII.} \end{array} \right.$ |

| VIII. & IX.                                                                                                                                                           | X. & XI.                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $N. VII. 615.7520. \text{ quart.}$<br>$\text{dupl. } A. 102.8785. \text{ quart.}$<br>$63347.6421320. \text{ sept.}$<br>$\frac{1}{3} 21115.8807107. \text{ sept. } T.$ | $A. 51.43928 \text{ quart.}$<br>$L. 36.00000$<br>$A-L. 15.43928. \text{ quint. } N. X.$<br>$\frac{1}{6} 2.57321 \text{ quint. } \frac{1}{3}$ |

XII.  
 ut 1000.000, ad 785.398, ita  $\square$  tum ex  $M$ , quod est 400, ad 314. 1592-65. sext. Num. XII.

XIII.



XIII.

XIV.

N. XII. 314. 159265 sext.

N. XI. 257321 quint  $\frac{1}{3}$ 

80839880948820. undec. CP

A—L. 15. 43928. quint.

 $\frac{1}{2}$  7. 71964. quint.

L. 36. 00000

N. XIV. 43. 71964 quint.

XV.

43. 71964. quint. N. XIV.

25. 71964 dimid. A

69. 43928. quint. N. XV.

XVI.

XVII.

ut 43. 71964 quint. N. XIV. ad 69. 43

928 quint. N. XV. ita CP 808. 39880

94882 dec. N. XIII, ad 1283. 96828

71066. dec. inventum P.

T 21115. 8807107 sept.

dupl. P. 2567. 9365742 sept.

18547. 9441365 sept. solidi-  
tas sive capacitas dolii quaesita.

## Operatio Exempli secundi.

Sit inventa vasis longitudo FS 8.35, sec. altitudo maxi-  
ma BD 7.40: sec. & minima FG 4.44, sec. ergo sagitta BV erit  
148, sec. quaeritur soliditas vasis FBSODG.

I.

II.

L 835. sec. D 740 sec.

M. 444. sec. S 148 sec

L. 835 sec.

dimid. 4175 text.

4175

N. I.

S 148 sec. 17430625 sext. 11. 77745 quint.

D. 740 sec

S. 148

D—S. 592 sec.

III.

ut D—S 592, sec. ad 11. 77745, quint. ita S 148, sec. ad 2. 94436. quint.  
Num. III.

M 2

IV. &amp; VI.



IV. &amp; V. &amp; VI.

VII.

N. I. 11.77745 quint.

N. III. 2.94436 quint.

14. 72181, quint.

D. 74

108.941394 sext. | 10.4375 quart. A

ut 1000.000 ad 785.398, ita  
quadratum ex D, quod est 547-  
600 quart. ad 430084 quart. &c.  
Num. VII.

VIII &amp; IX.

X &amp; XI.

N. VII. 430084 quart. &c.  
dupl. A 208750 quart.

897.80023477 oct.

$\frac{1}{3}$  299.26674492. oct. T

A. 10.4375 quart.

L 8.3500 sec.

A-L. 2.0875

$\frac{1}{6}$  3479 quart.  $\frac{1}{6}$

XII. &amp; XIII.

ut 1000.000 ad 785.398, ita  $\square$  tum  
ex M, quod est 19.7136 quart. ad

15.483022. sext. Num. XII.

3479 quart.  $\frac{1}{6}$  Num. XI,

5.3868014042. dec. CP.

XIV.

XV.

N. X. A-L 2.0875 quart.

dimid. 1.04375 quint.

L 8.35000

N. XIV. 9.39375 quint.

N. XIV. 9.39375 quint.

A dimid. 5.21875 quint.

N. XV. 14.61250 quint.

XVI.

ut 9.39375 quint. N. XIV, ad 14.6125 quart. N. XV: ita CP 5.38680-  
14042, dec. ad P 8.3794688510. dec.

XVII.

T. 299.26674492 oct. Num. IX

dupl. P. 16.75893770 Num. XVI

282.50780722 oct. soliditas dolii quaesita

Nota.



Nota, Hoc posterius exemplum solvit quoque Excell. D. Joannes Hartmanus Beyer Med. Doctor, in suâ Conometriâ Mauritianâ *cap. 8* (*mihi fol. 97.*) non tamen dolium figuræ Sphæroidi utrinque resectæ, sed duobus curticonis, ut Ipse vocat, comparando, vulgarem scilicet hîc normam secutus: ideoque reperit soliditatem dolii  $234.^{\circ} 618$ , *tert.* cùm juxta meam methodum debeat esse  $282. 508$ . *tert.* deficiunt ergo à verâ  $47. 890$ : *tert.* Hinc quantum discriminis capiatur ex utroque calculandi modo, antiquo scilicet hætenusque usitato, & dein novo isto à me tradito, facile est videre.

Reperta denique per septendecim ista præcepta dolii soliditas convertenda est in *Vrnas*, *Mensuras* &c. eo quem in quæst. 47 Num. 4 tradidimus modo: dicendo scilicet juxta exemplum ibidem positum: Soliditas  $16^{\circ}$  continet 2 mensuras, quid soliditas inventa  $282.^{\circ} 508$ . *tert.*? & habebis numerum mensurarum, quas capit dolium dimensum.

Laboriosus quidem certè est hic calculandi modus & talis, qui eos quibus istud *Visendi* negotium curæ est, facillimè deterreat: Verùm si quis differentiam inter illum & antiquum, meliùs ponderaverit, erit forsitan nonnemo, quem laboris istius minimè poeniteat, jacturam temporis recompensante operis perfectione. Præsertim si possis reperire theoriam fabricandi Virgas Visorias similes illis, quibus nunc adhuc addimetienda dolia, tanquam curticonica, utuntur, ut & tibi pertuas propositi dolii soliditas exactè innotescat. Quomodo autem possint fabricari, nondum examinavi: sufficiat ultra progressuro viam stravisse.

LV. Si cui verò hæc nostra non placeant, & assularum convexitates (*die Krümme der Laufen*) arcus potius circulares, quàm Ellipticos repræsentare videantur, ita scilicet,  
ur



ut binæ assulæ è diametro oppositæ sint portiones duorum arcuum circularium invicem æqualium, quæ circino utrinque ultra dolum productæ convenirent ( *ut in fig. 30*: assulæ FBS, & GDO dicantur esse portiones arcuum circularium ABC, & ADC, qui extra dolum conveniunt in A & C ) ideoque dolum includatur potius figuræ 30, quàm figuræ 28: si inquam, fortasse cuidam hæc ita se habere videantur ( quod etsi idipsum non multum momenti afferret, prius tamen probandum incumberet: imò alterum ego veritati magis consentaneum censeo ) ei sequentem novæ cujusdam figuræ solidæ de quâ nihil uspiam hætenus invenire potui, theoriam proponam, acri Lectoris ingenio ulterius adhuc promovendam.

Sit ( *in fig. 30* ) arcus cujusdam circuli, semicirculo minor, ABC, ejusque subtenfa AC, & manente hac subtenfa AC circumductus arcus ABC restituatur eò unde processerat, fit figura, cui nomen *Sphæroides* melius forsan conveniret, quam ei, qualem Archimedes *de Conoid. & Sphæroid. def. 6* describit, appellemus tamen *Sphæroides circulare*: ( Archimedeum enim, *Sphæroides Ellipticum* interim vocari potest ). Sphæroidis verò *Axem* dicamus subtensam manentem AC; *Vertices* autem puncta A & C; & *Centrum* punctum axis medium E; *diametrum* denique rectam quæ per centrum E ad superficiem figuræ utrinque producit perpendiculariter ad axem. De hac figurâ sequentia facile demonstrantur.

*Theorema. I.* Si Sphæroides circulare secetur plano per axem: sectio erit figura à duobus arcibus circularibus, in eodem plano suis extremitatibus sese contingentibus, comprehensa, qui quidem arcus singuli æquales sunt illi ipsi arcui, qui figuram concepit, nempe fiet figura plana, qualis est *fig. 30*.

*Theor. II.* Si Sphæroides circulare secetur plano ad axem parallelo: sectio erit Ellipsis, cujus diameter major erit communis



munis sectio planorum, ejus nempe quod secat figuram, & ejus quod per axem ducitur rectum plano secanti; diameter verò minor erit communis sectio planorum, ejus nempe quod secat figuram, & ejus quod per diametrum ducitur rectum plano secanti.

*Theor. III.* Si Sphæroides circulare secetur plano recto ad axem: sectio erit circulus, cujus centrum in axe.

*Theor. IV.* Si Sphæroides circulare secetur plano per centrum non recto ad axem, neque per axem ipsum, sectio erit Ellipsis, cujus diameter major erit illa, quæ intercipitur in Sphæroide à factâ sectione planorum, ejus nempe quod secat figuram, & ejus quod per axem ducitur secanti plano Rectum.

Hæc, inquam. Theoremata, & similia: item alia de lineis & planis Sphæroides contingentibus, ad normam illorum quæ Archimedes & Apollonius de Ellipsis & Sphæroidibus docuerunt, perfacile demonstrantur. Nec majori ingenio opus habet calculus linearum & planorum ad ejusmodi Sphæroideon figuras pertinentium, qui à trigonometriæ perito sine negotio absolvitur. Sola difficultas adhuc superanda restat in dimensione superficiei & soliditatis tum integri hujusce Sphæroideos circularis, tum portionum ipsius; cujus quidem inveniendæ viam cæterarum planiorem is fortè amplectetur, qui vestigiis inhærens Archimedis accuratè examinabit methodum illam, quâ Vir hic ad reperendam *proportionem* tum *superficiei Sphæroideon Ellipticorum ad superficiem Sphærae*, tum *soliditatis eorum ad quosdam conos*, utebatur. Si fructum prævideas responsurum jacturæ temporis huic speculationi impendendi, in hâc palæstrâ, quid ingenii tui acumen possit, experire.

Interim ad alia.



## S E C T I O . V .

## QVÆSTIONES EX ARITHMETICA PRACTICA CONTINENS.

**T**RANSMISSÂ illâ definitione, quâ vel *Scientiam Præcticam* vel *Artem* dicunt esse illam, quæ ex naturâ suâ ordinatur ad objecti sui productionem, & ex vi cuius objectum ejus fieri potest, ego hîc per *Quæstiones ex Arithmetica Præctica* intelligo eas, quæ in usu & commercio hominum quotidiano occurrunt, sive ad *Theoriam* dein magis accedant, sive ad *Praxin*.

Cùm autem illas tantummodò *Quæstiones* pertractandas suscepim, quarum usus in commerciis quotidianis est præcipuus; negligendæ mihi sunt *Quæstiones* similes iis, quas alii Authores, dum *Numeros ad res* quidem *Materiales* contrahere student, sat copiosè profundunt, sed ita tortuosè implexas, ut cuivis vel somnianti pronum sit judicare, in *praxi* ejusmodi locum habere non posse (qualia sunt v. g. pleraque *Exempla Rudolphi & Stifelii* à 47, *Regulæ* 1, ferè usque ad finem.) Deinde speculatus, ubinam *Quæstionum Præcticarum* obscuriores forsan laterent, earum partem potiore in materiâ, quæ *Metallorum aliarumque rerum mixtiones* examinat, deprehendi: sed hæ ipsæ quoque (sicut pleraque quæ in *praxi* obveniunt) perfaciles sunt, uti mox perspicias.

## Q U Æ S T I O

LV 1. Habeo massam Argenteam ponderantem 111 *Marcas* & 5 *lotones*, continet 1 *marca* fini 15 *lotones*, 2 *quintas*, quæ-



quæritur, quantum fini sit in totâ massa?

Nota hâc & in sequentibus: duplex in similibus casibus considerari *Argentum: unum Finum* seu purum, cui scilicet nullum aliud Metallum commixtum est: *alterum non Finum*, cui nempe aliquid, vel multum vel parum Cupri commixtum est. Itaque si dico: *habeo Argentum, cuius 1 marca continet 12 lotones fini*, sensus est, in hujus Argenti semilibrâ seu 1 marcâ, contineri 12 lotones Argenti Fini & Puri, reliquos autem 4 lotones nil esse nisi merum Cuprum.

2. *Vna libra*, seu *unum pondo* continet 2 marcas: una marca constat 16 lotonibus: unus Loto continet 4 Quintas: Una quinta habet 4 Decimas sextas: una Decima sexta duas trigesimas: secundas: una trigesima secunda duas sexagesimas quartas, & sic porro,

3. Compendij causâ una marca signabitur Characterẽ 1 *mr.* unus loto, 1 *lt.* una Quinta, 1  $\frac{1}{5}$ , una Decima sexta  $\frac{1}{16}$

una Trigesima secunda  $\frac{1}{32}$  &c.

### Solutio sine Algebrâ.

Licet præsens quæstio facillimè solvatur, ne tamen in hâc materiâ quidquam præteream, idcò inter alia etiam huc ponendam duxi. Sic ergo solves,

Dic 1 *mr.* continet 15 *lt.* 2  $\frac{1}{5}$  Fini, quantum continebunt 111 *mr.* 5 *lt.*? facit 107 *mr.* 13 *lt.* 1  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{32}$ . Dic etiam:

1 *mr.* continet Cupri — *lt.* 2  $\frac{1}{5}$ , quid 111 *mr.* 5 *lt.*? facit 3 *mr.* 7. 2.  $\frac{2}{16}$ ,  $\frac{1}{32}$ . Vel si mayoris, utere sequenti

### Regula

1 Dic: ut 1 *mr.* ad Argentum Finum in 1 *mr.* contentum, ita tota Massa ad Argentum Finum, quod in totâ massâ propositâ



positâ continetur. II. hoc inventum subtrahe à totâ massâ,  
& indicabit *residuū*, quantum Cupri contineatur in totâ massâ.

### Demonstratio.

Per se patet, quia tota massa ponitur constare ex  $\text{♂}$  &  $\text{♀}$   
(seu Argento & Cupro.) si itaque sciatur per præceptum pri-  
mum datæ Regulæ, quantum  $\text{♂}$  fini contineatur in datâ mas-  
sâ, nec latere poterit, quantum  $\text{♀}$  in eâdem contineatur.

### Operatio sic stat.

$\text{♂}$  *mr.* vel 16 *ls.* dant 15 *ls.* 2  $\text{q}$  Fini, quid 111 *mr.* 5 *ls.*?

$$\frac{4}{64 \text{ q}}$$

$$\frac{4}{62 \text{ q}}$$

4 | 6901 | 1725 *lt.* | 107 *mr.*

$$\begin{array}{r} \frac{4}{29} \quad \frac{16}{125} \\ \frac{28}{10} \quad \frac{112}{13 \text{ lt.}} \\ \frac{8}{21} \\ \frac{20}{1 \text{ q}} \end{array}$$

facit 107 *mr.* 13 *lt.* 1  $\text{q}$ .  $\frac{1 \cdot 1}{16 \cdot 32}$   $\text{♂}$ .

ergo 3 *mr.* 7 *lt.* 2  $\text{q}$   $\frac{2 \cdot 1}{16 \cdot 32}$   $\text{♀}$ .

111 *mr.* 5 *lt.* —. —. — tota  
Massa ab initio posita.

$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 671 \\ \hline 111. \\ \hline 1781 \text{ lt.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 7124 \text{ q} \\ \hline 62 \\ \hline 14248 \\ \hline 42744. \end{array}$$

64 | 441688 | 6901  $\text{q}$   $\text{♂}$ .

$$\begin{array}{r} 384 \\ \hline 576 \\ \hline 576 \\ \hline 088 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 64 | 96 | \frac{1 \cdot 1}{16 \cdot 32} \\ \hline 64 \\ \hline 32 \end{array}$$



# De Quæstionibus Arithmet. Practicæ. 99

L V I I. Datur massa ponderans 18 *mr.* 2. 1  $\frac{1}{2}$ , hujus 1 *mr.* continet  $\text{D}$  &  $\text{C}$  simul 15 *ls.* 3  $\frac{1}{2}$ , singillatim autē  $\text{C}$  5 *ls.* 1  $\frac{1}{2}$ . quæritur, quantū  $\text{D}$  &  $\text{C}$  singillatim cōtineat tota massa?

Solutio.

Dic primò. 1 *mr.* habet  $\text{D}$  &  $\text{C}$  simul, 15 *ls.* 3  $\frac{1}{2}$ , quid habent 18 *mr.* 2 *ls.* 1  $\frac{1}{2}$ ? vel in  $\frac{1}{2}$  sic.

64  $\frac{1}{2}$ .

63  $\frac{1}{2}$ .

1161  $\frac{1}{2}$

63

3483

6966.

94 | 73143 | 1142  $\frac{11}{46}$   $\frac{1}{2}$  facit; id-

est 17 *mr.* 13. 2.  $\frac{3}{16}$  —  $\frac{1}{64}$ . 128. 256.  $\text{D}$  &  $\text{C}$  simul, reliquum enim

est Cuprum, aut aliud quidpiam. Dic itaque secundò 1 *mr.* habet  $\text{C}$  5 *ls.* 1  $\frac{1}{2}$ . quid 18 *mr.* 2. 1  $\frac{1}{2}$ ? vel sic.

64  $\frac{1}{2}$ .

21  $\frac{1}{2}$ .

1161  $\frac{1}{2}$ .

21

1161

2322.

64 | 24381 | 380  $\frac{61}{64}$   $\frac{1}{2}$  facit

192

518

512

61

ergo  $\text{C}$  continentur in totâ massâ 380  $\frac{61}{64}$   $\frac{1}{2}$ , vel ( quod idem

est ) 5 *mr.* 15 *ls.* —  $\frac{3}{16}$ . 1. 1. 1. —  $\frac{1}{256}$  quæ si subtrahantur à

priori invento 17 *mr.* 13. 2.  $\frac{3}{16}$  —  $\frac{1}{64}$ . 128 256 relinquetur  $\text{D}$ ,

nempe 11 *mr.* 14 *ls.* 1.  $\frac{3}{16}$ . 1. —  $\frac{1}{128}$  —.

N 2

L VIII.



LVIII. Est massa ex 6 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$   $\odot$ , & ex 4 *mr.* 9 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$   $\oslash$  conflata, ab hac massa decutio 3 *mr.* 3 *lt.* quaeritur, quantum  $\odot$  &  $\oslash$  sit in hac portione decussa?

### Regula pro solutione sine Algebrâ.

I. Dic ( uti fit in *Regulâ Societatis* ) tota massa ponderans 5 *mr.* dat  $\odot$  6 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$ , quid massa decussa ponderans 3 *mr.* 3 *lt.* facit 4 *lt.* —  $\frac{23}{40}$   $\frac{1}{2}$ . Secundo dic: tota massa 5 *mr.* dat  $\oslash$  4 *mr.* 9 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$ . quid 3 *mr.* 3 *lt.*, facit 2 *mr.* 14 *lt.* 3  $\frac{17}{40}$   $\frac{1}{2}$ .

Proba.  $\odot$  est in portione decussâ. —  $\frac{40}{1}$  *mr.* 4 *lt.* —  $\frac{23}{40}$   $\frac{1}{2}$   
 $\oslash$  — — — — — 2. 14. 3  $\frac{17}{40}$   $\frac{1}{2}$

ergo ( uti ponebatur ) tota portio decussa 3 *mr.* 3 *lt.* —  $\frac{1}{2}$

Spero, non opus esse, ut moneam, tibi: si semel icias, quantum auri contineatur in portione decussâ: satis fore, si inventam auri quantitatem subtrahas ab ipsius portionis pondere, nec necessum esse Regulæ Detri operationem etiam pro inveniendâ quantitate Argenti iterare.

Præsens casus sic etiam proponi potest. Datur quantitas Auri, & quantitas Argenti, quæ proportionem habent uti 6 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$  ad 4 *mr.* 9. 2  $\frac{1}{2}$ , tota autem massa ex duabus illis quantitativibus  $\odot$  &  $\oslash$  ponderat 3 *mr.* 3 *lt.* quaeritur quanta quælibet seorsim sit? Quæstio enim sic proposita similitudinem habet cum Corollario *quæst.* 43, ubi docetur, quomodo data linea in duas portiones datam proportionem habentes Arithmetice sit dividenda; hîc autem oportet datam massam 3 *mr.* 3 *lt.* dividere in duas portiones, quæ datam proportionem 6 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$  ad 4 *mr.* 9. 2  $\frac{1}{2}$  habeant.

### Solutio per Algebram.

Pone Auri esse 1 Ze *mr.* dic ergo: ut 26  $\frac{1}{2}$  ( vel 6 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$  )  
 ad



ad 1  $\text{Zl}$   $\text{mr}$ . ita  $294 \frac{1}{2}$  (vel  $4 \text{ mr. } 9.2 \frac{1}{2}$ ) ad  $\frac{294 \frac{1}{2}}{26 \frac{1}{2}}$  (nam si

$\text{mr}$ . per  $\frac{1}{2}$  multiplicentur, proveniunt  $\frac{1}{2}$ ) ergo argenti inest  $\frac{294 \frac{1}{2}}{26 \frac{1}{2}}$  huic adde  $\odot$  1  $\text{Zl}$   $\text{mr}$ . & sunt  $\frac{320 \frac{1}{2}}{26 \frac{1}{2}}$  æquales 3  $\text{mr}$ .

3  $\text{lt}$ . seu  $204 \frac{1}{2}$ . Multiplica utrinque per  $26 \frac{1}{2}$ , & erunt  $320 \frac{1}{2} \frac{1}{2}$  æquales 5304 partibus ducentessimis quinquagesimis sextis unius lotonis (nam si  $\frac{1}{2}$  per  $\frac{1}{2}$  multiplicentur, proveniunt tales partes ducentessimæ quinquagesimæ sextæ unius  $\text{lt}$ , seu partes quadrimillesimæ nonagesimæ sextæ unius  $\text{mr}$ .) divide utrinque per  $320 \frac{1}{2}$ , & fiet 1  $\text{Zl}$   $\text{mr}$ . æqualis 16  $\frac{184}{320 \frac{1}{2}}$  (nam par-

tes ducentessimæ quinquagesimæ sextæ unius  $\text{lt}$  divisæ per  $\frac{1}{2}$ , dant etiam  $\frac{1}{2}$ , uti patebit ex subiecta progressionē Logistica Quartalis) hæc 16  $\frac{184}{320 \frac{1}{2}}$  ad lotones &c. reductæ, dant 4  $\text{lt}$ . —

$\frac{23}{40} \frac{1}{2} \odot$ , ergo  $\frac{294 \frac{1}{2}}{26 \frac{1}{2}}$  seu complementum ad 3  $\text{mr}$ . 3  $\text{lt}$ , erit

2  $\text{mr}$ . 4  $\text{lt}$ . 3  $\frac{17}{40 \frac{1}{2}}$  D, uti supra.

Progressio Logistica Quartalis, qua hîc usi fuimus sic se habet.

| Exponentes. | 0.              | 1.              | 2.              | 3.                | 4.  | 5.  | 6.   | 7.    | 8.    | &c. |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------------------|-----|-----|------|-------|-------|-----|
|             | 1 $\text{mr}$ . | 4 $\text{lt}$ . | 1 $\text{lt}$ . | 1 $\frac{1}{2}$ . | 1   | 1.  | 1.   | 1     | 1.    | &c. |
|             |                 |                 |                 |                   | 16. | 64. | 256. | 1024. | 4096. |     |

series superior indicat Exponentes, inferior ipsam progressionem. In partibus unius  $\text{mr}$ . clariùs sic apparet.

| Expon.          | 0. | 1.                         | 2.                          | 3.                          | 4.                           | 5.                            | &c. |
|-----------------|----|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|-------------------------------|-----|
| 1 $\text{mr}$ . |    | $\frac{1}{4} \text{ mr}$ . | $\frac{1}{16} \text{ mr}$ . | $\frac{1}{64} \text{ mr}$ . | $\frac{1}{256} \text{ mr}$ . | $\frac{1}{1024} \text{ mr}$ . | &c. |

Hanc logisticam Quartalem si quis calleat, is non opus habebit omnes Marcas, Lotones, Quintas &c. ad speciem minimam reducere: poterit enim singulas species per singulas tam multiplicare quàm dividere, uti in Logistica Decima-



li & sexagenaria fieri assolet: Cùm verò hæc Logistica Quartalis nemini ( quantum ego quidem vidi ) sit familiaris, ideò modo vulgari, quo plerumque ii, quibus Metallorum pondera & probitatem examinare curæ est, utuntur, acquiescere visum est, factâ solummodo mentione, quòd, sicut Logistica Decimalis & sexagenaria suæ quævis scientiæ inserviat, ita & hæc Logistica Quartalis in his usui esse possit.

**L I X.** Habeo Argentum ponderans 6 *mr.* continens in 1 *mr.* fini 12 *lr.*, hoc Argentum igne tamdiu torqueo, donec 1 *mr.* contineat fini 14 *lr.* Quæritur, quantum nunc ponderet tota massa igni exempta: id est: quantum Cupri in igne deperditum sit?

### Solutio per Algebram.

Pone massam igni exemptam ponderare 1 *Ze mr.* dic ergo: 1 *mr.* igni exempta continet 14 *lr.* fini, quid 1 *Ze mr.* facit 14 *Ze lr.* his 14 *Ze lr.* æq. 72 *lr.*, qui continentur in 6 *mr.* igni nondum impositis: nam Argenti Fini remanet tantum in massa igni exempta, quantum fuit, antequàm massa igni committeretur; cùm ergo in massa igni nondum imposita fuerint 72 *lr.* fini. Divide ergo utrinque per 14, & erit 1 *Ze mr.* æqualis  $5\frac{1}{7}$  *mr.* itaque massa igni exempta ponderabit  $5\frac{1}{7}$  *mr.* id est 5 *mr.* 2.  $1\frac{1}{7}$  *gr.*

Solutio sine Algebra. Dic 1 *mr.* continebat 12 *lr.* Fini, ergo 6 *mr.* continebant Fini 72 *lr.*: quia autem semper supponitur, in igne nihil ex Argento deperdi, ideò in massa igni exempta etiam debebunt contineri 72 *lr.* Fini. Ergo dicendum: post exemptionem sunt 14 *lr.* Fini in 1 *mr.* in quot Marcis erunt 72 *lr.* Fini? facit in  $5\frac{1}{7}$  *mr.* Antequàm autem massa

igni



igni committeretur, erant 6 *mr.* ergo in igne deperditæ sunt Cupri  $\frac{6}{7}$  *mr.* id est, 13 *ls.* 2  $\frac{6}{7}$  *g.*: nam (uti jam dictum) Argentum nihil in igne decedit.

### Regula

I. Multiplica Argentum Finum contentum in 1 *mr.* antequam massa igni imponatur, per marcas ipsius massæ. II. hoc productum divide per Argentum finum in 1 *mr.* post exemptionem contentum, & habebis pondus massæ igni exemptæ in marcis: hinc aliis verbis proponi potest eadem Regula.

### Regula alia universalior.

Dic: ut Argentum Finum in 1 *mr.* massæ igni exemptæ contentum, ad Argentum Finum in 1 *mr.* massæ igni nondum impositæ contentum; ita pondus massæ nondum igni impositæ ad pondus igni jam exemptæ: Nam ut 14 *ls.* ad 12 *ls.* sic 6 *mr.* ad 5  $\frac{1}{7}$  *mr.* ut supra.

### Demonstratio

Regulæ primæ ex solutione, perspicitur: Regula autem secunda est eadem cum prima, licet aliis verbis proponatur.

LX. Habeo massam ex ☉ & ☽ conflata per Aquas fortes solvendam, cujus massæ marca una continet auri 7 *ls.* ergo Argenti 9 *ls.*: cum autem experientia doceat, tales massas non benè solvi, quarum 1 *mr.* plus ☉ quàm 4 lotones contineat, ideò superaddendum est aliud Argentum donec, 1 *mr.* contineat tantum 4 *ls.* ☉. Quæritur quantum Argenti ad 1 *mr.* sit addendum?



## Solutio per Algebram.

Adde unicuique marcæ 1 Ze lt. D. fini, ergo fiet massa 7 lt. ©  
 & 9+ 1 Ze lt. D. id est universim 16+ 1 Ze lt. iam dic: 7 lt. ©  
 sunt (ex hypothesi) in 16+ 1 Ze lt: quænam massa contine-  
 bit 4 lt. ©? facit  $\frac{64+4Ze}{7}$  lt: quia autem 1 mr. debet continere  
 4 lt. ©, ideo  $\frac{64+4Ze}{7}$  lt. erunt æquales 1 mr. seu 16 lt. Multi-  
 plica (ad tollendas fractiones) utrinque per 7, & erunt 64-  
 + 4 Ze lt. æq. 112 lt: subtrahere utrinque 64 lt. & erunt 4 Ze lt.  
 æq. 48 lt. facit 1 Ze lt. æq. 12 lt. ergo ad 1 mr. positæ massæ ad-  
 do 12 lt D, & fiet massa ponderans 28 lt. cuius 1 mr. contine-  
 bit 4 lt. ©.

## Proba

28 lt. continent ex hypothesi 7 lt. ©, quantum 16 lt facit 4 lt.  
 ©. Probationem sic declaro. Ex hypothesi scitur, 1 mr.  
 continere 7 lt. ©, ergo 9 lt D: jam si adduntur 12 lt D, tunc  
 remanent 7 lt ©, & fiunt 21 lt D; & sic tota massa pondera-  
 bit 28 lt. hæc igitur massa dicitur constare ex 7 lt © & 21 lt D.  
 de qua massa si accipiat 1 mr. vel 16 lt. tunc hi 16 lt. debe-  
 bunt continere 4 lt. ©, ut in operatione ostensum est. Solutio  
 sine Algebra facile peragitur, si sequens accipiat.

## Regula

I Dic: ut aurum, quod contineri debet intra 16 lt. ad  
 ipsos 16 lt. vel 64  $\frac{1}{2}$ , vel  $\frac{256}{16}$  &c: ita aurum quod de facto in

1 mr. continetur, ad aliam massam. II. Ab hac massa  
 subtrahere 16 lt. & habebis quantitatem Argenti,  
 quam ad singulas marcas datæ tuæ massæ  
 debes superaddere.

Demon-



## Demonstratio.

Primi præcepti patet cum ex posito processu Algebraico, tum ex datâ probatione: nam ibi dictum est: ut massa tota ad aurum in se contentum; ita, massa 16 lotorum ad 4 *lt* ☉, ergo (*per rationem inversam*) ut 4 *lt* ☉ ad 16 *lt*, ita aurum contentum in 1 *mr.* tuæ massæ, ad aliam. Ab hac massâ jubet præceptum 2 datæ Regulæ subtrahi 16 *lt*, ut remaneat ipsa quantitas. Ad 1 *mr.* addenda, quod ex superiori probationis declaratione facile percipitur.

LXI. Habeo duplicem massam ex ☉ & ☽, prima ponderat 18 *mr.* 6 *lt.* 3 *qz*, continet 1 *mr.* auri 7 *lt.* Alterius habeo quantitatem sufficientem, cujus 1 *mr.* continet — *lt.* 1 *qz* ☉. Iam ex hac alterâ volo ad priores 18 *mr.* 6 *lt.* 3 *qz* tantum addere, ut 1 *mr.* contineat 4 *lt.* ☉, quæritur quantum sit addendum?

## Solutio per Algebram.

Pone te accipere ex alterâ massâ (quam B dicas, priorem verò A) 1 Ze *qz*. Reduc pondus massæ A ad *qz*, fient 1179 *qz*, quæ (*per quæst. prim. hujus sect.*) cōtinebunt ☉ 515  $\frac{13}{16}$  *qz*. Dein-

de dic 1 *mr.* B, id est 64 *qz* continent ☉ 1 *qz*, ergo 1 Ze *qz* habebunt ☉ 1 Ze, quod addit ad prius inventas 515  $\frac{13}{16}$  *qz* ☉, fient

515  $\frac{13}{16}$  *qz* +  $\frac{1Ze}{64}$  ☉, quæ continentur in 1179 + 1 Ze (nam

ad massam A ponderantem 1176 *qz* addi ponitur 1 Ze ex B: ergo tota massa deinde ponderabit 1179 + 1 Ze) hujus massæ 1 *mr.* debebit continere ☉ 4 *lt.* dic ergo: in 1179 + 1 Ze sunt 515  $\frac{13}{16}$  +  $\frac{1Ze}{64}$  ☉, & in 16 sunt 4 *lt* ☉. Multiplica terminum

primum 1179 + 1 Ze per ultimū 4, & productū 4716 + 4 Ze



æquabitur (per 16. 6 vel 19. 7 Euclid.) producto  $8253 + \frac{1}{4}Ze$  quod fit ex multiplicatione secundi  $515 \frac{13}{16} + \frac{1}{64}Ze$  per tertium 16. Subtrah& itaque utrinque 4716, fient  $4Ze$  æq.  $3537 + \frac{1}{4}Ze$ . Deinde subtrah& utrinque  $\frac{1}{4}Ze$ , erunt  $3 \frac{3}{4}Ze$  æq. 3537. Multiplica utrinque per 4, erunt  $15Ze$  æq. 14148, divide utrinque per 15, erit tandem  $1Ze$  æq.  $943 \frac{1}{5}g$ , ergo ad 18 mr. 6.  $3 \frac{1}{5}g$  A sunt ex B addendæ  $943 \frac{1}{5}g$ , vel 14 mr. 11.  $3 \frac{1}{5}g$ , & massa composita erit talis, cujus 1 mr. contineat 4 lb. auri.

Proba: investiga, quantum  $\odot$  sit in inventis  $943 \frac{1}{5}g$  B. In 64  $g$  sunt 1  $g \odot$ , quid in  $943 \frac{1}{5}g$ ? | 14  $\frac{59}{80}g \odot$ , jam sic

$$\begin{array}{r} 64 \\ 303 \\ 256 \\ \hline 47 \end{array}$$

in - - 1179 A, sunt  $515 \frac{13}{16} \odot$

in - -  $943 \frac{1}{5} B$  - - - 14  $\frac{59}{80} \odot$

ergo in 2122  $\frac{1}{5} AB$  sunt  $530 \frac{11}{20} \odot$  quid in 1 mr. vel 64  $g$ ?

$$\begin{array}{r} 64 \\ 2120 \\ 31835 \frac{1}{5} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2122 \frac{1}{5} & 33955 \frac{1}{5} \\ \hline & 2122 \frac{1}{5} \end{array} \quad | \quad 16g \text{ vel } 4 \text{ lb. } \odot \text{ uti petebatur.}$$



$$12733 \frac{1}{5}$$

$$12733 \frac{1}{5}$$

0

Pro solutione sine Algebrâ perfacilis habetur

### Regula

I. Ab Auro, quod in 1 *mr.* Massæ faciendæ contineri debet, subtrahe Aurum, quod in 1 *mr.* Argenti B continetur. II. Similiter ab Auro, quod in 1 *mr.* Argenti A continetur, subtrahe illud ipsum Aurum, quod est in 1 *mr.* Argenti B. III. Dic: ut Residuum N. 1. ad Residuum N 2, ita tota massa A ad massam ex mixtione producendam. IV. Ab hâc massâ inventâ subtrahe ipsam totam massam A, & habes quantitatem ex Argento B accipiendam.

### Operatio.

In 1 *mr.* AB. 16  $\frac{1}{2}$   $\odot$ . in 1 *mr.* A. 28  $\frac{1}{2}$   $\odot$ .

in 1 *mr.* B. 1  $\frac{1}{2}$   $\odot$ . in 1 *mr.* B. 1  $\frac{1}{2}$   $\odot$ .

ut resid. 15  $\frac{1}{2}$   $\odot$ . ad resid. 27  $\frac{1}{2}$   $\odot$  ita 1179  $\frac{1}{2}$  A ad 2122  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{5}$

$$A \ 1179 - \frac{1}{2}$$

ergo ad 1179  $\frac{1}{2}$  Argenti A, sunt ex Argento B capiendæ 943  $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{2}$

**LXII.** Habeo Argentum, cujus 1 *mr.* continet 10 *ls.* Fini, volo autem, ut hoc Argentum fiat probius, ita ut 1 *mr.* contineat 12 *ls.* Fini, quæritur quantum Argenti Fini debeam addere ad 1 *mr.* illius Argenti.

### Solutio sine Algebrâ.

Quære, quot 1 *mr.* hujus Argenti contineat  $\frac{1}{2}$ , nempe 6 *ls.*: volo autem facere, ut 1 *mr.* tantum contineat 4 *ls.* Cupri, quæritur uti in quæst. 60.



## Operatio juxta Regulam quæstionis cit. 60.

I.

II.

|                                                                         |                                                                                            |
|-------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| ut 4 <i>lt.</i> ♀, ad 16 <i>lt.</i> ita 6 <i>lt.</i> ♀ ad 24 <i>lt.</i> | $\begin{array}{r} 24 \text{ lt. } \\ 16 \text{ lt. } \\ \hline 8 \text{ lt. } \end{array}$ |
|                                                                         | 8 <i>lt.</i> ¶ fini add.                                                                   |

Nam sicut se habet Aurum ad casum quæstionis citatæ, ita se habet Cuprum ad casum Quæstionis præsentis: & sicut se habet Argentum ad casum Quæstionis 60, ita etiam se habet Argentum ad casum Quæstionis præsentis: quia sicut *in illo casu* data massa continuit *nimiùm auri*, ita *in hoc nimiùm Cupri*, ergo utraque solutionem requirit similem.

**LXIII.** Habeo duplex Argentum: A probius, vel nobilius, cujus scilicet 1 *mr.* continet Fini 14 *lt.* & B minus probum, cujus 1 *mr.* continet 8 *lt.* fini, ex horum mixtione desidero habere Argentum, cujus 1 *mr.* contineat fini 10 *lt.* quæritur quantum cujuslibet Argenti debeat mixtionem ingredi, ut eveniat 1 *mr.* continens Fini 10 *lt.*?

## Solutio per Algebram.

Primi Argenti A accipio 1 *Ze* *lt.* ergo secundi B 16 *lt.* — 1 *Ze*. Iam videndum est, quantum Argenti Fini eveniat ex hac mixtione. Dico itaque 1 *mr.* Argenti A continet fini 14 *lt.* quid 1 *Ze* *lt.* de eodem Argento? facit  $\frac{7}{8}$  *Ze*. Item 1 *mr.* seu 16 *lt.*

ex B continent fini 8 *lt.* quid 16 *lt.* — 1 *Ze* *lt.* ejusdem B, facit 8 —  $\frac{1}{2}$  *Ze*. si ergo addo  $\frac{7}{8}$  *Ze* ad 8 —  $\frac{1}{2}$  *Ze* tunc evenient 8

+  $\frac{3}{8}$  *Ze*, quibus æquantur 10 *lt.* quia tam 8 +  $\frac{3}{8}$  *Ze* quàm

10 *lt.* significant quantitatem Argenti fini unius Marcæ ex mix-



# De Quæstionibus Arithmet. Practicæ. 109

mixtione faciendæ. Reductio sic fit : subtrahe utrinque 8 *lt.* erunt 2 *lt.* æq.  $\frac{3}{8}$  Ze: Multiplica utrinque per 8, erunt 16 *lt.*

æq. 3 Ze, ergo 1 Ze æq.  $5 \frac{1}{3}$  *lt.*, & tantum accipiendum est ex

Argento A, ergo ex Argento B 16 — 1 Ze, id est  $10 \frac{2}{3}$  *lt.*

Ex hoc processu fit.

## Regula.

I. Multiplica Argentum Finum Argenti A ( nempe prioris ) per 16 *lt.* II. Multiplica etiam Argentum finum ex mixtione faciendum per 16 *lt.* III. Subtrahe productum minus à majori. IV. Subtrahe Argentum Finum B, ab Argento Fino A. V. per hoc Residuum divide residuum N. 3. inventum, & habes quantitatem, quam ab argento B debes accipere. VI. hujus complementum ad 1 *mr.* ostendit quantitatem Argenti, ab Argento A accipiendam,

## Operatio.

| I.                                                                                               | II.                                                                           | III.                                                   | IV.                                                        | V.                                                                                        | & VI.                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 14 \text{ lt.} \\ 16 \text{ lt.} \\ \hline 84 \\ 14 \\ \hline 224 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 10 \text{ lt.} \\ 16 \text{ lt.} \\ \hline 160 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 224 \\ 160 \\ \hline 64 \end{array}$ | $\begin{array}{r} A \ 14 \\ B \ 8 \\ \hline 6 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 6 \mid 64 \mid \\ \hline 60 \\ 4 \mid 2 \\ \hline 6 \mid 3 \end{array}$ | $\begin{array}{l} 10 \frac{2}{3} \text{ lt. ex B ergo} \\ \text{ex A } 5 \frac{1}{3} \text{ lt.} \end{array}$ |

## Regula brevior.

I. Subtrahe Argentum Finum ex mixtione faciendum, ab Argento Fino Argenti A. II. Residuum multiplica per 16 *lt.* III. Subtrahe Argentum Finum Argenti B ab Argento Fino Argenti A. IV. per residuum divide productum N. 2. & ha.



& habes quantitatem Argenti ab Argento B accipiendam.

### Demonstratio

Regulæ primæ desumitur ex processu Algebraico, uti patebit, si conferas processum Algebraicum cum operatione ejusdem Regulæ. Ratio autem secundæ Regulæ est *quia si numerus unus duos multiplicans faciat aliquos, & Factorum minor à majori subtrahatur, tunc reliquus erit equalis numero, qui fit si duo numeri priores ab invicem subtrahantur, reliquus autem per eundem numerum multiplicetur per quem priores fuerunt primò multiplicati*, quod colligitur ex prop. 17 lib. 7, & prop. 2 & 3 Commandini ad prop. 14 ejusdem lib. 7. Euclidis. Qui volet alios modos, quibus hujusmodi quæstiones solvuntur, is apud Stifelium *Exemplo 74 Reg. 1* plures inveniet: hoc autem notabis, easum etiam per Quæstionem 61 solvi posse, sicut & is qui sequitur.

**LXIV.** Habeo duplex Argentum A & B: Argenti A continet 1 *mr.* Fini 11 *lt.* Argenti B 1 *mr.* continet Fini 6 *lt.* quæritur, quantum ex Argento A debeam addere ad 1 *mr.* Argenti B, ut 1 *mr.* contineat fini 9 *lt.*?

### Solutio per Algebram.

Addo ex A 1 *Ze lt.* hinc fiet massa ponderans  $16 + 1 \text{ Ze}$  *lt.* Iam dic 16 *lt.* A continent fini 11 *lt.* quid 1 *Ze*? facit  $\frac{11}{16} \text{ Ze}$

his adde 6 *lt.* fini de 1 *mr.* Argenti B, & fient  $6 + \frac{11}{16} \text{ Ze}$  fini,

& tantum Argenti Fini continebit massa ponderans  $16 + 1 \text{ Ze}$  *lt.* Dic ergo rursus  $16 + 1 \text{ Ze}$  *lt.* continent  $6 + \frac{11}{16} \text{ Ze}$ ,

quantum 16 *lt.*? facit  $\frac{96 + 11 \text{ Ze}}{16 + 1 \text{ Ze}}$ , & his ( juxta petitionem ) de-

bent æquari 9 *lt.* Multiplica igitur utrinque per  $16 + 1 \text{ Ze}$ ,  
& erunt



## De Quæstionibus Arithmet. Practicæ. 111

& erant  $96 + 11 \text{ Ze}$  æquales  $144 + 9 \text{ Ze}$ : subtrahe utrinque  $96 + 9 \text{ Ze}$ , & erunt  $48 \text{ æq. } 2 \text{ Ze}$ : divide utrinque per 2, erunt  $24 \text{ æq. } 1 \text{ Ze}$ , ergo ex Argento A addo  $24 \text{ lt.}$  ad  $1 \text{ mr.}$  Argenti B, & componetur massa  $40.$  lotonum, cujus  $1 \text{ mr.}$  continebit (juxta petatum)  $9 \text{ lt.}$  Fini.

### Proba.

$16 \text{ lt.}$  ex A dant  $11 \text{ lt.}$  fini, quid  $24 \text{ lt.}$ ? facit fini  $16 \frac{1}{2} \text{ lt.}$  deinde in  $1 \text{ mr.}$  Argenti B continentur fini  $- - - 6 - \text{lt.}$ , ergo inventa massa  $40$  lotonum continebit  $- 22 \frac{1}{2} \text{ lt.}$  Iam dic:  $40 \text{ lt.}$  dant  $22 \frac{1}{2} \text{ lt.}$  fini, quid  $16 \text{ lt.}$ ? facit  $9 \text{ lt.}$  uti petebatur. Ex hoc processu fit

### Regula

I. Subtrahe Argentum Finum unius *mr.* Argenti ex mixtione eliciendi, ab Argento Fino unius *mr.* ex A. II. Subtrahe etiam Argentum Finum unius *mr.* ex B, ab Argento Fino unius *mr.* ex mixtione eliciendæ. III. Residuum N. 2 inventum divide per residuum N. 1. & ostendet *quotus*, quotnam partes unius marcæ sint ex Argento A addendæ ad  $1 \text{ mr.}$  B. ut  $1 \text{ mr.}$  huius Argenti mixti habeat desideratam probitatem vel qualitatem.

### Demonstratio.

Petitur ex posito processu Algebraico, si nimirum ponatur ex Argento A addi  $1 \text{ Ze mr.}$  & non  $1 \text{ lt. Ze}$  ut examinanti patebit.





## Operatio

| I.       | II. | III.     |                                                                              |
|----------|-----|----------|------------------------------------------------------------------------------|
| A 11     | 9   | 3        | <i>mr.</i> ergo ex A addo ad 1 <i>mr.</i> Argenti B $\frac{3}{2}$ <i>mr.</i> |
| <u>9</u> | 6 B | <u>2</u> |                                                                              |
| 2        | 3   |          |                                                                              |

hanc fractionē ad lotones sic reduco:  
1 *mr.* dat 16 *lt.* quid  $\frac{3}{2}$  *mr.*? facit 24 *lt.*

ut supra.

**LXV.** Habeo triplex Argentum A, B, & C: Argenti A 1 *mr.* continet 8 *lt.* fini: Argenti B 1 *mr.* continet 11 *lt.* Argenti C 1 *mr.* continet 13 *lt.* fini: Ex harum mixtione desidero habere argentum D, cujus 1 *mr.* contineat 10 *lt.* fini. Quæritur, quantum cujuslibet Argenti debeat mixturam ingredi, ut habeatur 1 *mr.* continens 10 *lt.* fini?

## Solutio desumpta ex quæst. 63.

Accipe illa duo Argenta ( liceat sic loqui ) quorum unumquodque vel magis probum est, quàm Argentum D, vel minùs probum: uti in posito exemplo accipe B & C: utrumque enim probius est quàm D. Ex his duobus B & C misce ( juxta quæst. 63 ) aliud argentum E, cujus 1 *mr.* contineat v. g. 12 *lt.* fini; hoc obtento, accipe argentum E, & argentum reliquum A, ex his iterum ( juxta cit. quæst. ) misce argentum D, & habebis intentum. Et hæc est Regula, sequitur,

## Operatio prima.

| I.                  | II.                  | III.                | IV. |          |
|---------------------|----------------------|---------------------|-----|----------|
| C 13 <i>lt.</i>     | 16 <i>lt.</i>        | 13 C                | 2   | 16       |
| E 12 <i>lt.</i>     | 1                    | 11 B                |     | 16       |
| <u>1 <i>lt.</i></u> | <u>16 <i>lt.</i></u> | <u>2 <i>lt.</i></u> |     | <u>0</u> |

ergo ex C accipio 8 *lt.* & horum complementum ad 16 *lt.* id est: etiam 8 *lt.* ex B, & misceo 1 *mr.* quæ continebit 12 *lt.* fini: & hoc est Argentum E.

Ope-



## Operatio secunda.

| I        | II     | III  | IV |    |
|----------|--------|------|----|----|
| E 12 lt. | 16 lt. | E 12 | 4  | 32 |
| D 10 lt. | 2 lt.  | A 8  |    | 32 |
| 2 lt.    | 32     | 4    |    | 0  |

ergo iterum ex E accipio 8 lt. & horum complementum ad 16 lt. id est, 8 lt. ex A, ex hac mixtione prodibit  
I mr. D continens 10 lt. Fini,

Proba: Primò 16 lt. B dant 11 lt. fini, quid 8 lt. B? facit 5 lt. 2  $\frac{2}{3}$   
 secundò 16 lt. C dant 13 lt. fini, quid 8 lt. C? facit - - 6 lt. 2  $\frac{2}{3}$   
 ergo mixtum ex B 8 lt. & 8 lt. C continebit fini - - 12 lt. —

Deinde 16 lt. E dant 12 lt. fini, quid 8 lt. E? facit - - 6 lt.  
 Secundò 16 lt. A dant 8 lt. fini, quid 8 lt. A? facit - - - 4 lt.  
 ergo mixtum D ex 8 lt. E, & 8 lt. A continebit fini . - - - 10 lt.  
 uti petebatur.

## Solutio per Algebram.

Juxta Stifeliū (Exemplo 90 Regula 1) per Algebrā sic solvi potest.  
 Accipe ex A 1 Ze mr. ex B 1 A mr. ergo ex C 1 — 1 Ze — 1 A mr.  
 Deinde dic: 1 mr. A dat 8 lt. fini, quid 1 Ze mr? facit — 8 Ze lt —  
 1 mr. B dat 11 lt. fini, quid 1 A mr? facit - - - - - 11 A lt.  
 1 mr. C dat 13 lt. fini, quid 1 — 1 Ze — 1 A mr?

facit - - 13 — 13 Ze — 13 A lt.  
 ergo mixtum continebit fini - - - - - 13 — 5 Ze — 2 A lt.  
 & huic æquantur 10 lt. Argenti D: adde utrinque 2 A lt.  
 & erunt 10 lt. + 2 A lt. æq. 13 — 5 Ze. Subtrahe utrinque,  
 10 lt. & erunt 2 A æq. 3 — 5 Ze lt.: divide utrinque per 2.  
 erit 1 A æq.  $\frac{3-5Ze}{2}$ . Nunc autem (uti loquitur Stifelius loc.

cit.) ex casu proposito nihil superest, per quod 1 Ze resolvatur,  
 quod pulchrum signum est, huic & similibus casibus per plures, eos-  
 que diversos numeros satisfieri posse. Itaque pro 1 Ze mr. pone  
 P  
 I mr.



$\frac{1}{2}$  *mr.* & tantum accipitur ex A: ex B accipitur  $\frac{1}{4}$  A, seu (ut ex æquatione patet)  $\frac{3-5}{2}$  *Ze mr.* cui æquivalet  $\frac{1}{4}$  *mr.* (nam  $\frac{3}{2}$  sunt  $\frac{6}{4}$  &  $\frac{5}{2}$  *Ze mr.* sunt  $\frac{5}{4}$ ) & ex C accipitur  $\frac{1}{4}$  —  $\frac{1}{4}$  *Ze* —  $\frac{1}{4}$  A *mr.*, id est  $\frac{1}{4}$  *mr.* —  $\frac{2}{4}$  —  $\frac{1}{4}$ , id est  $\frac{1}{4}$  *mr.* & ex hac mixturâ prodibit  $\frac{1}{4}$  *mr.* D continens 10 *lt.* fini.

Proba.  $\frac{1}{4}$  *mr.* A dat 8 *lt.* fini, quid  $\frac{2}{4}$  *mr.*? facit  $\frac{16}{4}$  *lt.* fini

$\frac{1}{4}$  *mr.* B dat 11 *lt.* fini, quid  $\frac{1}{4}$  *mr.*? facit  $\frac{11}{4}$  *lt.* fini

$\frac{1}{4}$  *mr.* C dat 13 *lt.* fini, quid  $\frac{1}{4}$  *mr.*? facit  $\frac{13}{4}$  *lt.* fini

ergo ex his  $\frac{1}{4}$  *mr.* continebit  $\frac{40}{4}$  *lt.* fini

id est 10 *lt.* uti petebatur.

### Alia Solutio sine Radicibus secundis.

Ex adducto Stifelii loco patuit, similes casus plures easque diversas solutiones admittere; ideò statue tibi quantitatem congruam, quam ex A, vel alio Argento velis accipere, v. gr. ex A accipe 6 *lt.* ex B 1 *Ze lt.* ergo ex C complementum ad 16 *lt.* nempe 10 — 1 *Ze lt.* Iam dic ut suprâ

16 *lt.* A dant 8 *lt.* fini, quid 6 *lt.*? fac - - - 3 — *lt.* fini.

16 *lt.* B dant 11 *lt.* fini, quid 1 *Ze lt.*? fac - - -  $\frac{11}{16}$  *Ze lt.* fini.

16 *lt.* C dant 13 *lt.* fini, quid 10 — 1 *Ze lt.*? fac  $\frac{130-13}{16}$  *Ze lt.* fini.

ergo 16 *lt.* D continebunt - - -  $\frac{178-2}{16}$  *Ze lt.* fini.

his æquantur 10 *lt.* Igitur (ad tollendas fractiones) multiplica utrinque per 16, erunt 178 — 2 *Ze* æq. 160. Adde utrinque 2 *Ze*, erunt 178 *lt.* æq. 160 *lt.* + 2 *Ze lt.* subtrahere utrinque 160, erunt



## De Quæstionibus Arithmet. Practicæ. 115

erunt 18 *lt.* æq. 2 *Ze*, facit 1 *Ze* æq. 9 *lt.* ergo ex B accipio 9 *lt.*  
ex C 10 — 1 *Ze* *lt.* id est 1 *lt.*

Proba, 16 *lt.* A dant fini 8 *lt.* quid 6 *lt.*? fac. 3 *lt.* — . —

16 *lt.* B dant - - 11 *lt.* quid 9 *lt.*? fac. 6 *lt.* — : 3

16 *lt.* C dant - - 13 *lt.* quid 1 *lt.*? fac. — : 3: <sup>16</sup><sub>16</sub>

ut petebatur. 10 *lt.* — : —

Regulæ ex datis operationibus Algebraicis possent quidem componi; cum autem non multum compendij suppeditarent, ideo hâc vice negliguntur, maximè cum de hâc Aligationis Regulâ aliorum Arithmeticoꝝ libri abundè agant.

Coroll. patet, quomodo portiones miscibilium sint inveniendæ, si miscibilium plura sint, quam duo aut tria.

2. Patet etiam, quomodo cum miscilibus aliis speciei proportionaliter agendum sit, ubi ratio mensurarum & ponderum cum primis habenda est; uti enim Argenti quantitas per Lotones Marcas &c enuntiatur, sic Aurum per Caratas & grana, res aliæ per alias mensuras solent considerari, quibus etiam datæ operationes Algebraicæ sunt conformandæ.

**LXVI.** Habeo triplex Argentum A, B, & C, Argenti A habeo 5 *mr.* & continet 1 *mr.* fini 7 *lt.* Argenti B habeo 6 *mr.* continet 1 *mr.* fini 10 *lt.* Argenti C habeo massam sufficentem, cujus 1 *mr.* continet 13 *lt.* fini. Volo autem Argentum A cum B miscere, & addere portionem aliquam ex C, ut 1 *mr.* totius mixti contineat 12 *lt.* fini: quæritur, quanta portio ex C sit addenda?



## Solutio sine Algebrâ.

Præsens casus ex prioribus facilè solvitur, ut Algebrâ pro hac vice nullo modo indigeamus. Dic enim:

1 *mr.* A dat fini 7 *lt.*, quid 5 *mr* ? facit fini 35 *lt.*

1 *mr.* B dat fini 10 *lt.*, quid 6 *mr* ? facit --- 60 *lt.*

ergo mixtum ex A & B ponderans 11 *mr.* continet fini 95 *lt.*

Secundò dic: mixtum totum ex A & B ponderans 11 *mr.* dat 95 *lt.* fini. quid 1 *mr.* ejusdem ? facit  $8\frac{7}{11}$  *lt.* Tertiò juxta

Quæstionem 64 pone casum hoc modo. Habeo duplex Argentum: Primi 1 *mr.* continet  $8\frac{7}{11}$  *lt.* secundi 1 *mr.* continet

13 *lt.* Quæritur quantum ex secundo debeam addere ad 1 *mr* primi, ut 1 *mr.* mixti contineat 12 *lt.* fini?

## Operatio juxta Regulam Quæst. 64.

I. II. III.

$$\begin{array}{r|l} 13 & 12 \text{ --- } 8\frac{7}{11} \\ 12 & \hline 1 & 3 \quad \frac{4}{11} \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{ergo } 3\frac{4}{11} \text{ mr, seu } 3 \text{ mr. 5: } 3\frac{3}{11} \frac{q}{2} \text{ debeo uni} \\ \text{mr. addere, ergo 11 marcis addendæ sunt} \\ \text{37 mr. fiet inde tota massa ponderans 48 mr.} \end{array} \right.$$

cujus 1 *mr.* debet continere 12 *lt.* fini.

Proba mixtum ex A, & B continet fini - - - - - 92 *lt.*

1 *mr.* C dat 13 *lt.* fini, quid 37 *mr* ? facit - - - - - 481 *lt.*

ergo totum mixtum continet fini - - - - - 576 *lt.*

Dic: totum mixtum ponderans 48 *mr.* dat 576 *lt.* fini, quid 1 *mr* ? facit 12 *lt.* uti petebatur.

LXVII. Habeo quendam ignoti pretii Numerum. ponderantem 2 *lt.* hunc igne examinatum reperio constare  
tali



ali Argento, cujus 1 *mr.* continet 10 *lt.* fini. Scio præterea, 1 *mr.* fini jam elaboratam venire 18 florenis (uno floreno pro 60 crucigeris computato:) quæritur, quantum valeat ille Nummus?

### Solutio sine Algebrâ.

Dic: 16 *lt.* continent 10 *lt.* fini, quid 2 *lt.*? facit 1 *lt.* 1  $\frac{2}{3}$  fini secundo: 16 *lt.* vaneunt 18 fl: quibus 1 *lt.* 1  $\frac{2}{3}$ ? facit 1 fl.  $24\frac{3}{8}$  cruc.

### Regula.

I. Quære, quantum fini contineatur in dato nummo (per quæst. 56.) II. Dic ut 1 *mr.* fini ad datum suum pretium, ita Argentum finum, quod in nummo continetur, N. i inventum, ad pretium nummi.

**LXVIII.** Est & alius Nummus, cujus similes 10 ponderant 1 *mr.* pro 14 *lt.* fini. Valor autem hujus nummi est 1 fl. 30 cruc. quæritur quanto vaneat 1 *mr.* fini jam elaborata?

### Solutio sine Algebrâ.

Primò dic: unus nummus valet 1 fl. 30 cruc. quid 10 nummi? facit 15 fl. ergo scio 10 nummos valere 15 fl. quia autem 10 nummi ponderant 1 *mr.* 1 *mr.* autem continet 14 *lt.* fini, ideò (per axioma 1 lib. 1 Eucl.) 10. nummi continebunt etiam 14 *lt.* fini. Dic itaque secundò: 14 *lt.* fini vaneunt 15 fl. quibus 16 *lt.* fini? facit 17 fl.  $12\frac{6}{7}$  cruc. hinc erit

### Regula.

I. Dic: ut unus nummus ad suum valorem, ita numerus nummorum ponderantium 1 *mr.* ad suum pretium. II. Dic: ut finum in 1 *mr.* contentum, ad pretium N. I. inventum, ita 1 *mr.* fini ad quæsitum suum pretium.



**LXIX.** Volo cudere nummos, quorum unus valeat 15 cruc. ita ut eorum 44 ponderent 1 *mr.* Volo autem, ut 1 *mr.* fini in illis nummis contenta vaneat 17 fl. 30 cruc. quaeritur quâ probitate sint cudendi isti nummi? vel quantum fini 1 *mr.* talium nummorum debeat continere?

### Solutio.

Primò dic: 1 nummus valet 15 crucigeros. quid 44 nummi? facit 1 1 fl. Igitur 44 nummi, seu 1 *mr.* talium nummorum vaneunt 1 1 florenis. Secundò dic: 17 fl. 30 cruc dantur pro 16 *lt.* fini, pro quot Lotonibus dantur 1 1 fl, facit pro 10 *lt.*: —  $\frac{8}{35}$   $\frac{1}{2}$  fini, & tantum debet contineri in 1 *mr.* talium nummorum.

### Regula

I. Dic ut unus nummus ad suum pretium, ita numerus nummorum ponderantium 1 *mr.* ad suum pretium. II. Dic ut pretium unius Marcae finæ, ad 1 *mr.* ita pretium Num. 1 inventum, ad finum, quod in 1 *mr.* Nummorum debet contineri.

**LXX.** Volo cudere Senarios ( quorum nempe unus valet 6 crucigeros ) ita ut 1 *mr.* contineat fini 10 *lt.* & 1 *mr.* fini vaneat 18 florenis, quaeritur, quot ejusmodi nummorum debeant appendere 1 *mr.*?

### Solutio.

Primò dic: 1 *mr.* fini constat 18 fl. quanto constant 10 *lt.*? fini, facit 1 1  $\frac{1}{4}$  fl. Secundò dic 1 fl. æquivalet 10 talibus nummis, quot nummis æquivalebunt 1 1  $\frac{1}{4}$  fl, facit 1 12  $\frac{1}{4}$  nummis; & totidem nummi debent appendere 1 *mr.*

quia



## De Quæstionibus Arithmet. Practicæ. 119

quia enim 10 *lt.* fini continentur in 1 *mr.* talium nummorum, & hi 10 *lt.* fini constant 11 <sup>4</sup> *fl.* ideò tot nummi in 1 *mr.* continebuntur, quot <sup>4</sup> æquivalent 11  $\frac{1}{4}$  florenis, uti per quæstiones præcedentes poteris probare.

### Regula

I. Dic: ut 1 *mr.* fini ad suum pretium, ita finum in 1 *mr.* datorum nummorum contentum, ad suum pretium. II. Vide quot nummi huic pretio N. I invento æquivalent: totidem enim conficient 1 *mr.*

LXXI. Habeo 1 *mr.* Argenti fini: ex hac volo cudere aut Denarios aut Sestertios. Si ergo 180 denarii ( *Groschen deren ainer 3 Kreitzer macht* ) unam marcam appendere, & 7 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$  fini continere debeant, Sestertij ( *halbe Bagen / deren ainer 2 Kreitzer giltet* ) 240 unam marcam appendant, & 7 *lt.* fini contineant, sumptus autem reliqui pro cudendâ 1 *mr.* Denariorum faciant 24 *cruc.* pro 1 *mr.* Sestertiorum sint 30 *cruc.* Quæritur quænam moneta harum duarum sit cudenda, ut ( cæteris paribus ) majus inde lucrum mihi proveniat?

### Solutio.

*Examen circa denarios.* Dic primò, ex 7 *lt.* 2  $\frac{1}{2}$  fini cuduntur 180 denarii, quot cuduntur ex 1 *mr.* fini, facit 384 Denar. Secundò 180 Denariorum confectio constat 24 *cruc.* quantum 384 Denar. ? facit 51  $\frac{1}{5}$  *cruc.* hos subtrahere ex 384 Denariis, vel 1152 *cruc.* & remanent 1100  $\frac{4}{5}$  *cruc.* & tot remanebunt mihi pro 1 *mr.* fini.

*Examen circa sestertios.* Dic primò ex 7 *lt.* fini cuduntur 240 ses-



240 sestertii, quot cudentur ex I *mr.* fini? facit  $548 \frac{4}{7}$  sestertios. Secundò confectio 240 sestertiorum constat 30 *cruc.* quantum  $548 \frac{4}{7}$  sestert., facit  $68 \frac{4}{7}$  *cruc.* hos subtrahe ex  $548 \frac{4}{7}$  sestertiis; vel  $1097 \frac{1}{7}$  *cruc.* & remanent  $1028 \frac{4}{7}$  *cruc.* & tot remanebunt mihi pro I *mr.* fini.

*Examen finale.* Subtrahe minus à majori, nempe  $1028 \frac{4}{7}$  *cruc.* qui remanent ex confectioe sestertiorum, subtrahe à  $1100 \frac{4}{5}$  *cruc.* qui fiunt ex Denariis, & restabunt  $72 \frac{8}{35}$  *cruc.* & patet, cùm in Denariis fiant ex I *mr.* fini D (detractis expensis)  $1100 \frac{4}{5}$  *cruc.* in sestertiis tantùm  $1028 \frac{4}{7}$  patet, inquam, majus mihi lucrum proventurum, si Denarios cudam, quod lucrum in unâ marcâ fini importabit  $72 \frac{8}{35}$  *cruc.* vel I *fl.* I 2 *cruc.* & I  $\frac{1}{7}$  *quadr.* (5 quadrantibus pro I *cruc.* computatis)

LXXII. Habeo massam Argenteam 100 *mr.* continet I *mr.* fini I 5 *lt.* Et constat I *mr.* fini I 6 *fl.* volo autem habere Imperiales, unum pro I  $\frac{1}{2}$  *fl.* quæritur quot Imperiales mihi dandi sint pro meis 100 *mr.*?

### Solutio

Dic primò I *mr.* continet fini I 5 *lt.* quid 100 *mr.*? facit 1500 *lt.* fini. Secundò dic, I *mr.* vel I 6 *lt.* constant I 6 *fl.* quot constabunt 1500 *lt.* facit 1500 *fl.* Tertiò dic I *fl.* æquivalet  $\frac{2}{3}$  unius Imperialis, quot Imperialibus æquvalebunt

1500 *fl.*



1500 fl. ? facit 1000 Imperial. ergo pro meâ massâ Argenteâ dabuntur mihi 1000 Imperiales,

Nota. Hic est modus, quo Argentum in officinas monetarias venditur. Primò enim ( si massæ sint magnæ ) examinatur; quantum finis in massâ vendendâ contineatur. 2. quo pretio constet 1 *mr.* finis. 3. Quâ Monetâ solutio facienda.

**LXXIII.** Habeo duplicem Monetam, Denarios & sestertios: Denariorum 180 appendunt 1 *mr.*; sestertiorum 240. Denariorum 1 *mr.* continet finis 7 *lt* 2 *q.*; sestertiorum 7 *lt*. & valet unus Denarius 3 crucigeros, unus sestertius 2 *cruc.* Quæritur, in quâ monetâ ( sub eodem valore ) plus finis contineatur? id est: quænam monetâ sit probior?

### Solutio

Dic primò: 1 Denarius valet 3 *cruc.* quid 180 Denarii ? facit 540 *cruc.* Secundò dic: 2 *cruc.* constituunt unum sestertium, quid 540 *cruc.* ? facit 270 sestert. Cùm itaque 180 denarii faciant 540 *cruc.* faciant autem 270 sestertii etiam 540 *cruc.* ideo ( *per ax. 1. l. 1.* ) 180 Denarii æquivalent 270 sestertiis. Dic jam tertio: 1 *mr.* seu 240 sestertii continent 7 *lt.* finis, quid 270 sestertii ? facit 7. 3  $\frac{1}{2}$  *q.* finis. Cùm autem in

180 Denariis contineantur tantum 7. 2 *q.* finis: & 180 Denarii æquivalent 270 sestertiis, ideo Moneta sestertiorum ( sub eodem valore ) plus finis continebit, quàm Moneta Denariorum: & per consequens sestertiorum Moneta erit probior.

**LXXIV.** Dantur duæ monetæ, quarum nummi quidem æquivalent. sed dum gravitatem eorum in ponderibus minutis, quilibet utuntur Metallorum examinatores ( Docimastæ: Probierer ) vestigo, reperio unum nummum prioris monetæ ponderare 33 libras: unum nummum posterioris



rioris ponderare  $30 \frac{1}{2}$  lib. Item dum igne probitatem eorum examino, reperio 1 *mr.* prioris monetæ continere fini  $3 \text{ lt. } 3 \text{ gr. } \frac{15}{16}$  unam marcā posterioris continere  $3 \text{ lt. } 3 \text{ gr. } \frac{3 \cdot 1}{16 \cdot 32}$

Quæritur quænam moneta sit melior?

Solutio.

Dic (ut clariùs res pareat) 1 *mr.* prioris continet  $3 \cdot 3 \cdot \frac{15}{16}$  quid unus nummus ponderans  $33 \text{ lb}$ , seu  $66 \text{ mr.}$ ? facit 15 *mr.* 11 *lt. } 2 \text{ gr. } \frac{2}{16} fini, ergo unus nummus Monetæ prioris continet in ponderibus imminutis 15 *mr.* 11 *lt. } 2 \cdot \frac{2}{16} fini. Dic secundò. 1 *mr.* posterioris continet  $3 \text{ lt. } 3 \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{1}{32}$  fini, quid unus nummus ponderans  $30 \frac{1}{2}$  libras, vel 61 *mr.*? facit 15 *mr.* 2: —:  $\frac{15}{16} \cdot \frac{1}{32}$  fini: ergo unus nummus monetæ posterioris continet in ponderibus imminutis 15 *mr.* 2: —:  $\frac{1}{16} \cdot \frac{15}{32}$  fini; cum autem unus nummus prioris contineat plus, nempe 15 *mr.* 11 *lt. } 2 \cdot \frac{2}{16} fini, sequitur Monetam priorem esse meliorem, utpote cujus unus nummus plus fini continet, quàm monetæ posterioris.***

### Demonstratio

Sicut enim se habet una marca in ponderibus imminutis ad unam marcā in ponderibus veris: ita quodlibet pondus Argenti fini supra inventi in ponderibus imminutis, ad pondus Argenti fini correspondens in ponderibus veris. Itaque si 33 libræ Monetæ prioris in ponderibus imminutis contineant fini 15 *mr.* 11 *lt. } 2 \cdot \frac{2}{16} tunc 33 libræ ejusdem monetæ*



in ponderibus veris etiam continebunt  $15 \text{ mr.}$   $1 \text{ l.}$   $2 \frac{2}{16}$  fini.

quod etiam de Monetâ posteriori intelligendum. Ergo cum in ponderibus imminutis moneta prior reperiatur melior posteriori, erit etiam melior in ponderibus veris.

Coroll. Ex hæc quæstione, sicut etiam ex 73, & præcedentibus patet, quomodo diversitas Monetarum universim sit examinanda.

**LXXV.** Habeo  $100 \text{ mr.}$  Argenti fini: has volo vendere vel in Officinam Monetariam A, vel B. In officinâ A dant pro  $1 \text{ mr.}$  fini,  $18 \frac{1}{2}$  florenos, sed unum Imperialem computant pro  $1 \frac{3}{4}$  fl. In B pro  $1 \text{ mr.}$  fini dant  $16 \text{ fl.}$  & Imperialem computant pro  $1 \frac{1}{2}$  fl. cum verò solutio mihi debeat fieri in Imperialibus, quæritur, utrum in A plus sim accepturus pro meis  $100 \text{ mr.}$  an in B?

### Solutio

*Examen: quid accipiam in A.* Dic: in Officina Monetaria A,  $1 \frac{3}{4}$  fl. constituunt unum Imperialem, quid  $18 \frac{1}{2}$  floreni? facit  $10 \frac{4}{7}$  Imperiales, & totidem dabuntur mihi pro unâ marcâ fini, ergo pro tota massa  $100 \text{ mr.}$  dabuntur  $1057 \frac{1}{7}$  Imperiales.

*Examen: quid accipiam in B.* Dic: in B  $1 \frac{1}{2}$  fl. constituunt unum Imperialem, quid  $16 \text{ fl.}$ ? facit  $10 \frac{2}{3}$  Imperiales pro  $1 \text{ mr.}$  dandos, ergo pro  $100 \text{ mr.}$  dabuntur  $1066 \frac{2}{3}$  cum

Q 2

autem



autem in Officina A tantum dentur 1057  $\frac{11}{7}$  melius agam, &  
meas 100 *mr.* fini vendam in Officinam B: ibi enim 9  $\frac{1}{21}$  Im-

perialibus plus accipiam quam in A.

Integer adhuc manipulus hujus farinæ quæstionum superesset, quia autem solutiones illarum subtili Archimedis, Euclidis, aut alterius cujusdam mirabilibus Orbis Ingeniis adnumerando acumine haud indigent, sed obtusiori etiam stylo sunt perviæ, prætereaque aliorum Arithmeticorum libri rebus ejusmodi scatent, & denique etiam, ne ea quæ ab aliis tam studiosè custodiuntur, ego prodigam; idè iis diutius hîc immorari tædet. Vnicum tamen casum, qui aliquando mihi solvendus obigit, pro Coronide apponam.

**LXXVI.** In fornacibus liquefactoriis excoquendi sunt 1200 centenarii venæ metallicæ intra dies aliquot quorum primi vocantur *priores*, & reliqui *posteriores*, & *singulis* quidem *diebus prioribus* excoquuntur venæ 14 centenarii, inde singulis quoque iisdem diebus (excoctione peractâ) recipiuntur materiæ metallicæ, quam alicubi *Lech*: alibi *Schlackstein* appellant, octo centenarii. *Diebus autem posterioribus* excoquuntur venæ tantum 12 centenarii, sed ad hos ex materia illâ metallicâ *diebus prioribus* recuperatâ adduntur adhuc 4 centenarii. Quæritur itaque, quotnam dies requirantur ad istam excoctionem, ita scilicet ut materia Metallica *diebus prioribus* ex venis recepta, intra *dies posteriores* unâ cum venarum residuo omnis excoquatur?

Venia hîc mihi roganda est super vocabulorum non quidem barbarie, sed improprietate, nulla enim huic Arti propria in Cicerone invêni. Hinc explicationem subjungo. Et primò *fornacibus liquefactoriis excoquere*; significat *schmelzen*: oder auf den Schmelz-Ofen aufflöhen. *Vena Metallica*  
das



Das Merkt. Dies hic capitur pro ain Schicht. Singulis diebus prioribus excoquuntur Venæ 14 centenarii, inde singulis quoque iisdem diebus (excoctione peractâ) recipiuntur materia Metallica 8 centenarii: hoc est: In ainer jedē erstern oder rohen Merkt Schicht werdē auffgesetzt vnd geschmelzt 14 Centner Merkt daraus kommen herwider jedesmal 8 Centen Lech. Diebus autem posterioribus &c. In ainer jeden letstern oder Anreich Schicht werden auffgesetzt. 12 Centen Merkt / vnd 4 Centen des gemachten Lechs. Quæritur itaque &c. ist die Frag / Wievil Schichten in allem seyn miessen: also nemblich / das derjenige Lech / welcher in denen erstern Schichten gemacht worden / zusambt dem Merkt / so von denn erstern Schichten noch überbliben / völliġ auffgesetzt vnd auffgeschmelzet werde? Item wievil besonders: nemblich: wievil letstere Schichten seyn sollen?

Solutio per Algebram.

Ponatur pro Numero dierum priorum 1 Ze, & dicatur: in 1 die priorum excoquuntur 14 centenarii Venæ: quot in 1 Ze dierum? facit, in diebus prioribus excoquuntur 14 Ze centen. Venæ, ergo pro diebus posterioribus remanent 1200 cent. — 14 Ze cent. Venæ.

Deinde dic: 12 centenarii Venæ excoquuntur in 1 die posteriorum: intra quot dies excoquantur 1200 cent. — 14 Ze cent? facit intra 100 — 1  $\frac{1}{5}$  Ze dies posteriores.

Tum dic: diebus prioribus 14 centen. Venæ dant materiæ metallicæ 8 centen. quid? 14 Ze centen? fac. 8 Ze cent. materiæ metallicæ, quæ omnis, unâ cum 1200 — 14 Ze cent. Venæ debet excoqui intra 100 — 1  $\frac{1}{6}$  Ze dies posteriores.

Postremò: 4 centen. materiæ Metallicæ excoquuntur intra 1 die-



1 dierum posteriorum, intra quot dies 8 Ze cent. materiae metal-  
licae? facit intra 2 Ze dies poster. sunt autem supra etiam inven-  
ti 100 — 1  $\frac{1}{6}$  Ze dies poster, ergo 2 Ze aquantur 100 — 1  $\frac{1}{6}$  Ze

Fiat itaque Reductio: nempe addantur ubique 1  $\frac{1}{6}$  Ze, erunt

3  $\frac{1}{6}$  Ze, aq. 100. Multiplicetur (pro tollendis fractionibus)

utrinque per 6, erunt 19 Ze aq. 600: dividatur utrinque per  
19, erit 1 Ze aq. 31  $\frac{11}{19}$  ergo cum 1 Ze ponebatur pro numero

dierum priorum, erant hi dies priores 31  $\frac{11}{19}$ , & posteriores

2 Ze: id est 63  $\frac{3}{19}$  dies, Univerſim autem 94  $\frac{14}{19}$  dies. Et

diebus prioribus excoquantur 14 Ze centen. id est 442  $\frac{2}{19}$  cen-

tenarii Venae, ex quibus recuperantur 8 Ze centen. Materiae  
Metallicae, id est 252  $\frac{12}{19}$  centen. qui in 63  $\frac{3}{19}$  diebus poste-

rioribus; una cum 1200 — 14 Ze cent. nempe 757  $\frac{17}{19}$  cen-

ten. Venae excoquantur.

### Proba.

In 1 dierum priorum excoquantur 14 cent. Venae,  
quantum in 31  $\frac{11}{19}$  diebus prior. facit Venae cent. 442  $\frac{2}{19}$

in 1 dierum poster. excoquantur 12 cent. Venae,  
quantum in 63  $\frac{3}{19}$  dieb. poster. facit Venae cent. 757  $\frac{17}{19}$

ſumma cent. 1200 —

### Secundo.

In 1 dierum priorum recuperantur 8 cent. mate-

riae



riæ metallicæ, quantū in  $31\frac{11}{19}$  dieb. prior. facit cent.  $252\frac{12}{19}$

in 1 dierum poster. excoquuntur 4 cent. materiæ metallicæ, quantum in  $63\frac{3}{19}$  dieb. poster. facit cent.  $252\frac{12}{19}$

Vides ergo datam Venæ Metallicæ massam, nempe 1200 centen. ex coqui juxta proportionem propositam in invento dierum numero: sicut etiam omnis materia metallica, *diebus prioribus* recuperata, *posterioribus* in proportionem quoque datā excoquitur, ergo solutio ritè fuit peracta. Ex hoc processu Algebraico componitur

### Regula

I Per numerum centenariorum Materiæ, quæ in 1 *dierum priorum* recuperatur, multiplica numerum centenariorum Venæ, quæ in 1 *dierum posteriorum* excoquitur ( uti hîc 12 per 8, fiunt 96 ) II similiter per numerum centenariorum Materiæ metallicæ quæ in 1 *dierum posteriorum* excoquitur, multiplica numerum centenariorum Venæ, quæ in 1 *dierum priorum* excoquitur. III. Numerum centenariorum totius massæ seu Venæ metallicæ divide ( *per Regulam Societatis* ) in alios duos, qui proportionem habeant, ut productum N. 2. ad productum N. I inventum, & habes primò numerum centenariorum Venæ, qui in *diebus prioribus*: & dein etiam numerum centenariorum Venæ, qui in *diebus posterioribus* excoquuntur. IV. Dic ergo, ut pondus Venæ datum, quod in 1 *dierum priorum* excoquitur, ad unum diem, ita pondus Venæ, quod in *diebus prioribus* collectivè sumptis excoquendum est, ( & N. 3 repertum ) ad numerum *dierum priorum* quæsitum. V. eâdem Ratione numerus *dierum posteriorum* investigandus. Vel clariùs Germanicè.



Erstens das Aertz / so auff ain erstere oder rohe Aertz-  
 Schicht auffgesetzt wird / multipliciere mit dem Lech / so  
 mann auff ain letztere Schicht will hintwider nehmen. 2.  
 Ingleichen multipliciere auch den Lech / so aus der Erstern  
 Schicht herwider / mit dem Aertz / welches auff ain letztere  
 Schicht genommen wird. 3. Was durch dises multipli-  
 cieren beydesmal ist heraußkommen / summire zusammen:  
 4: vnd setze die Summ zum erst in die Regl De tri: zum an-  
 deren setze das völlige Aertz / so zuschmelzen ist: dritens das  
 jenige was zu vor durch das erste multiplicieren ist herauß-  
 kommen: nunn ( wie du weißt ) multipliciere das dritte  
 mit den anderen / vnd das product. dividiere durch das er-  
 ste / so kombt dir das Aertz / welches alles in denen Erste-  
 ren / nemlich blossen Aertz-Schichten muez geschmelzt  
 werden. Wann du dises subtrahierest von der völligen  
 Summ des Aertz / so findestu / wievil dir noch übrig bleibt  
 auff die letztere Schichten sambt dem Lech aufzuschlagen.  
 Hernach / wann du dise beyde gefunden / ist leicht die Zahl  
 beyderley Schichten zusuechen / wie folgende Auflösung  
 des vorangezeigten Exempls erkläret.

Auff ain blossen Aertz-Schicht werden aufgeschlagen  
 14 Centen Aertz: vnd aus ain solcher Schicht können her-  
 wider 8 Centen Lech.

Auff ain letztere Schicht werden aufgeschlagen 12  
 Centen Aertz / vnd 4 Centen des gemachten Lechs:

Wann nun in allen 1200 Centen Aertz  
 zuschmelzen seyn / ist die Frag ic.  
 wie oben.





Auflösung.

| I.                                         | II.                                        | III.                           |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------|
| 14 Centē Wert<br>4 Centen Lech<br><hr/> 56 | 12 Centē Wert<br>8 Centen Lech<br><hr/> 96 | 96<br>56<br><hr/> 152 zusammen |

152.

1200,

56

1200

11200

56

152

67200  
608.

442  $\frac{2}{19}$  Centē Wert/

640

in denē ersterē Schich-  
ten zuschmelzen.

608

320

304

1200 renten Wert

442  $\frac{2}{19}$  renten

757  $\frac{17}{19}$  Centen Wert in

16 oder

$\frac{2}{19}$

152

denen letzteren Schichten zuschmelzen. Nun sage: 14 Centen Wert kommen auf ein erstere Schicht / auf wievil Schichten kommen 442  $\frac{2}{19}$  Centen? facit 31  $\frac{11}{19}$  erstere Schichten. Sage widerumb: 12 Centen Wert kommen auf ein letztere Schicht / auf wievil Schichten kommen 757  $\frac{17}{19}$  Centen? facit 63  $\frac{3}{19}$  letztere Schichten. Und also ist es gemacht.

Prob: auf ein Wert-Schicht werden aufgeschlagen  
R 14 Cen



14 Centen Merkt / wievil auf  $31 \frac{11}{19}$  Merkt, Schichten?  
 facit - - - - - 442  $\frac{2}{19}$  Centen.

Item auf ain letztere Schicht werden aufgeschlagen  
 12 Centen Merkt / wievil auf  $63 \frac{3}{19}$

letztere Schichten? facit - - - - - 757  $\frac{17}{18}$  Centen.

macht zusammen 1200 — Centen.

Widerumb: aus ainer Ersteren: oder Merkt, Schicht  
 können herwider 8 Centen Lech / wievil aus  $31 \frac{11}{19}$  Schich-  
 ten? facit - - - - - 252  $\frac{12}{19}$  Centen.

Von disem Lech werden auf ain letztere Schicht auff-  
 geschlagen 4 Centen / wievil auf  $63 \frac{3}{19}$  Schichten? fa-  
 cit 252  $\frac{12}{19}$  Centen /

sovil nemblich / als aus denen Merkt, Schichten gemacht  
 worden.

LXXVII. Habeo massam ex Plumbo & Stanno con-  
 flatam, quæ in libero quidem aëre ponderat 40 lotones, sed  
 in aquâ tantum 35 lt. 2:  $\frac{2}{16}$  quæritur, quantum h & 4 huius  
 massæ insit?

Nota I. Solida Magnitudines humido graviores, erunt in  
 humido tantò leviores, quanta est gravitas humidi molem haben-  
 tis solida magnitudini equalem: ut ait Archimedes lib. de Insi-  
 dentibus Humido, prop. 7. & ex Illo complures alii; ergo si cor-  
 pus grave, ut Plumbum (inquit Clariss. D. I. B. du Hamel de  
 corporum affectionibus l. 2. C. 9. N. 14.) sit duodecuplò aquâ  
 gravius; duodecimam sui ponderis, aut gravitationis partem  
 in



# De Quæstionibus Arithmet. Practicæ 131

in aquâ deperdit. Vel quod idem est, si sint duo corpora æqualem molem seu magnitudinem habentia, unum plumbeum, & alterum aqueum, reperiaturque plumbeum hoc in aëre ponderare 12 libras, aqueum autem tantum unam libram, tunc (*per prop. cit. Archimedis*) colligo, quod corpus illud plumbeum aquæ immersum ponderet non amplius 12, sed tantummodo 11 libras, quantum scilicet, detracto pondere corpore illius aquei, adhuc remanet, quod similiter de aliis intelligendum.

Nota 2: Observationibus Subtilissimi Merfenni, & Ghetaldi (referente P. Kirchero in *Mundi Subterranei tom. 2. l. 12. sect. 5. part. 2 C. 1*) constat pondus Auri ad pondus Aquæ ejusdem molis, habere proportionem ut 19 ad 1.

♂ ad aquam: ut  $13\frac{4}{7}$  ad 1, five ut 95 ad 7.

♂ ad aquam: ut 23 ad 2.

♂ ad aquam: ut 31 ad 3.

♀ ad aquam: ut 9 ad 1.

♂ ad aquam: ut 8 ad 1.

♂ ad aquam: ut 37 ad 5.

hinc ☉ ponderans in aëre libras 19: ponderabit in  $\Delta$  lb. 18

♂ in aëre 95: in aquâ vel  $\Delta$  88.

♂ in aëre 23: in  $\Delta$  21.

♂ in aëre 31: in  $\Delta$  28.

♀ in aëre 9. in  $\Delta$  8.

♂ in aëre 8. in  $\Delta$  7.

♂ in aëre 37. in  $\Delta$  32.

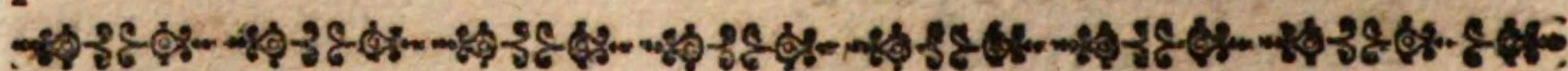
His prænotatis ponatur in datâ massa esse  $\frac{1}{2}$  Ze  $\frac{1}{2}$ , ergo  $\frac{1}{2}$ , 160  $\frac{1}{2}$  — 1 Ze  $\frac{1}{2}$ , dic itaque,  $\frac{1}{2}$  in aëre habens 23, in aquâ ponderat 21, quid  $\frac{1}{2}$  1 Ze  $\frac{1}{2}$ ? facit  $\frac{21}{23}$  Ze  $\frac{1}{2}$  in  $\Delta$ . Secundò

$\frac{1}{2}$  in aëre 37, ponderat in  $\Delta$  32, quid  $\frac{1}{2}$  160  $\frac{1}{2}$  — 1 Ze  $\frac{1}{2}$ ?  
R. 2 facit



facit in  $\Delta$   $\frac{5120}{37} \text{ lb } \frac{32}{82} \text{ q}$ , quibus adde supra inventos  $\frac{21}{23} \text{ lb } \frac{1}{2} \text{ q}$   
 fit pondus totius massæ  $\frac{117760 + 441 \text{ lb } \frac{1}{16} \text{ q}}{851}$  æq. 35.  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{2}{16}$  vel 142  $\frac{1}{2}$   
 $\text{q}$ : & peractâ reductione fit 1  $\text{lb } \frac{45}{82} \text{ q}$  æqualis 85  $\frac{45}{82} \text{ q}$ : ergo in da-  
 câ massâ est  $\text{lb } 85 \frac{45}{82} \text{ q}$ , vel 21  $\text{lb}$ . 1  $\frac{45}{82} \text{ q}$ , & 24 18  $\text{lb}$ . 2  $\frac{37}{82} \text{ q}$

Proba: dic primò:  $\text{lb}$  in aëre 23, dat in aquâ 21, quid  $\text{lb } 85 \frac{45}{82} \text{ q}$ ? facit  $78 \frac{9}{82} \text{ q}$  in  $\Delta$ . Secundò 24 37 in aëre, dat 32  
 in  $\Delta$ , quid 24 74  $\frac{37}{41} \text{ q}$ ? facit  $64 \frac{16}{41} \text{ q}$  in  $\Delta$ , quod junctum  
 ad pondus  $\text{lb}$  in  $\Delta$   $78 \frac{9}{82} \text{ q}$  facit pondus totius massæ in aquâ  
 142  $\frac{1}{2} \text{ q}$ , vel 35  $\text{lb}$ . 2  $\frac{2}{16}$  uti ponebatur. Simili modo in aliis  
 procedendum.



## S E C T I O. VI.

### DE FIGVRIS EX ARCHITECTVRA MILITARI.

**N**OLI temeritatis me condemnare, quòd  
 & in hujus Scientiæ Stadium pedem inferre ego  
 audeam; sed, si æquus es in me Judex, ea quæ ex  
 meâ causâ in Procœmio hac de re differui, priùs au-  
 dire dignare. Si hoc obtinuero (cujus æquitas tua spem cer-  
 tam mihi facit) haud metuâ coeptû iter bono animo prosequi.

### Q U Æ S T I O.

**LXXVIII.** Sunt duo propugnacula plana delineata,  
 in quibus datur eorum distantia LR 1000 pedum: Ala, Fa-  
 cics



cies & Cortina sunt in proportionē 1. 2. 3. Angulus defendens (Tenaille) angulus totius propugnaculi, sicut & angulus Alæ & Cortinæ Recti sunt. Quærentur reliquæ lineæ. *fig. 31.*

### Solutio per Algebram.

Pone pro Ala NO 1 Ze, ergo Facies LN erit 2 Ze & Cortina OP 3 Ze. Nunc quoniam angulus totius propugnaculi est Rectus, erit angulus dimidij propugnaculi NLK semirectus, qui si subtrahatur ab angulo MLK (qui ex *hypothesi* Rectus est) relinquetur angulus MLN etiam semirectus. Itaque in  $\Delta$ gulo NLM angulus NML (ex constructione) rectus, angulus NLM semirectus, ergo angulus LNM etiam semirectus est, & consequenter latus NM æquale lateri ML (per 6. 1.) si itaque Faciem NL 2 Ze multiplicem in seipsam, erit quadratum 4 Ze æquale duobus quadratis LM & NM, cuiusque dimidium 2 Ze æq.  $\square$ to ML vel MN: erit ergo LM (cui æqualis est KO) ✓ 2 Ze, id est (cùm in hac Disciplinâ non requiratur rigor Mathematicus) 1. 414 tert. Ze. Huic adde æqualem PQ, unâcum Cortinâ OP 3. 000 tert. Ze, & eveniet recta KQ 5. 828 tert. Ze, cui æqualis est recta LR, ergo 5. 828 tert. Ze sunt æquales 1000 ped. facit 1 Ze æq. 171. 57 sec. + ped. pro Alâ ON, & pro facie NL 2 Ze, id est 343. 15 sec. — ped. Cortinâ 3 Ze, seu 514. 72 sec. — ped.

### Aliter per Tabulas sinuum &c.

Vt sinus totus ad sinum ang. NLM: ita latus LN, ad LM.

$$\begin{array}{r} 100000000 \quad 7071068 \quad 2.000 \text{ tert. Ze} \\ \quad \quad \quad 2.000 \text{ tert. Ze} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 100000000 & 14142136000 \text{ tert. Ze} \\ & \hline & 1.4142 \text{ quart.} \\ & \text{Ze LM ut su-} \\ & \text{prâ.} \end{array}$$

Idem



## Idem per Logarithmos.

Vt sinus totus ad sinum ang. NLM; ita latus LN, ad LM.

10.00000000

9. 8494850.

3. 3010300 Ze

3. 3010300 Ze

logarit.

I 3.1505150 Ze id est 1.4142 *quart.* Ze LM.

Circa hunc processum Logarithmico-Algebraicum nota: Quotiescunque in Logarithmis additur, adduntur etiam signa Algebraica, & summa verum signum Algebraicum dabit. Ratio est: quia additio logarithmorum nihil aliud est, quàm vulgaris multiplicatio, sed in multiplicatione vulgari adduntur signa Algebraica, ergo etiam in additione Logarithmorum adduntur. Quod etiam proportionaliter de subtractione multiplicatione, & divisione intelligendum. Eadem ratio aliàs quoque deduci potest ex progressionem signorum Cossicorum, Exponentium, & Numerorum vulgarium certâ analogiâ Geometricâ crescentium.

Data itaque proportionem Alæ, Faciei, & Cortinæ, cæterisque positis utis. pro reliquis lineis calculandis sequens adhibeatur

## Regula.

I. Numerum proportionalem Alæ signato literâ A: numerum Faciei literâ F, & Cortinæ literâ C (ergo in priori casu proportionem Alæ, Faciei & Cortinæ sic stabunt: A 1. F 2. C 3.) II. Numerum F quadra. III. quadratum duplica. IV. ex hoc duplo extrahe radicem quadratam. V. ad hanc adde numerum C. VI. dic: ut summa N. 5. inventa, ad datam distantiam propugnaculorum; ita numerus A, ad ipsam Alam: quâ habitâ reliquæ lineæ facillè reperiuntur.

Ope-



## Operatio exempli prioris.

I. II. III. IV. V.

|                |     |     |              |               |
|----------------|-----|-----|--------------|---------------|
| A 1: F 2: C 3: | F 2 | □ 4 | ✓ 8, v c     | 2. 828 tert.  |
|                | 2   | 2   | 2. 828 tert. | C 3.000 tert. |
|                | □ 4 | 8   |              | 5.828 tert.   |

VI.

ut 5.828 tert. ad 1000 ped. ita A 1. ad Alam 171. 57 sec. +  
ut suprâ.

## Demonstratio.

Deducitur ex processu Algebraico supraposito.

Similiter poterunt ex positis processibus etiam componi  
regulæ pro solutione per tabulas sinuum &c. & Logarithmos.

Si in posito casu requiras rigorem Mathematicum, qui  
tamen minimè necessarius est tunc  $3Ze + \sqrt{8z}$  æquabuntur  
1000 ped. vel  $6000Ze - 1000000xq$ , I ð. facit  $1Ze xq$ .  
 $3000 - \sqrt{8000000}$ , qui numerus surdus (uti ex Analyfi  
eiusdem perspicitur) æquivalet 171,57 sec. + proximè.

**LXXIX.** Si quæras, quomodo hæc duo propugna-  
cula sint delineanda, datâ proportionē Alæ, Faciei, & Cor-  
tinæ ut 1. 2. 3. datâ etiam distantia cuspidum LR, cæterisque  
ut suprâ positis; sic operaberis.

Datam rectam LR seca bifariam in S: Linea autem LS  
ita secanda est in M, ut LM ad MS proportionem habeat ean-  
dem quam  $\sqrt{8}$  ad 3, vel 2828 tert. ad 3000: tert. Hæc autem  
sectio peragitur juxta coroll. quæst. 43: Inventæ itaque portio-  
ni LM ponitur æqualis & perpendicularis MN, & jun-  
cta LN erit Facies; Recta MN producitur, & abscinditur NO  
quæ



quæ proportionem Alæ ad Faciem NL habeat datam. Per punctum O duc rectam KQ parallelam ipsi LR. & in hanc à punctis L & R demitte perpendiculares LK & RQ, quæ erunt lineæ capitales; KO autem collum erit propugnaculi. Cætera nunc facile complentur.

### Demonstratio

Petitur hæc ex Algebraico processu, quem in quæst. præced. vidimus: clariùs autem, si pro dimidia Cortina, vel huic æquali recta MS ponantur 3 Ze, ergo erit facies LN 4 Ze (cùm enim Facies ad totam Cortinam sit *ex hypothesi* ut 2 ad 3, erit Facies ad dimidiam Cortinam ut 4 ad 3.) Quadrato Faciei 16 3 sunt æqualia quadrata LM & MN, quæ quia propter æquales angulos MLN, & MNL, inter se sunt æqualia, erit  $\square$  LM æquale dimidio quadrati LN 16 3, ergo  $\square$  LM erit 8 3, & ipsa Recta LM  $\sqrt{83}$ , seu prope 2. 828 *tert.* Ze. quia autem recta SM ponitur 3 Ze, erit LM ad MS sicut  $\sqrt{83}$  ad 3 Ze, seu ut 2828 Ze ad 3000 Ze, vel absolutè (quia æqualia signa Ze & Ze tolli possunt) ut 2828 ad 3000, quam proportionem huc esse congruam fuit demonstrandum: cætera enim facillimè per se patent.

**LXXX.** Dantur duo propugnacula Hexagoni Regularis: distantia ipsorum est ED 800 ped. Proportio Alæ, Faciei & Cortinæ est ut 1. 2. 3. Facies EM stringitur ex angulo recto Alæ & Cortinæ WBA: id est: linea recta EMB ducitur ex puncto B concursus Alæ & Cortinæ, quæruntur reliqua. *fig. 32.*

SOLVTIO PER ALGEBRAM ET TABVLAS SINVM &c.

Pone pro Ala MA 1 Ze, erit Facies ME 2 Ze, & Cortina AB 3 Ze.

$$AM \ 1 \ Ze \ \dots \square \ 1 \ 3$$

$$AB \ 3 \ Ze \ \dots \square \ 9 \ 3$$

$$BM \square \ 10 \ 3, \text{ ergo } MB \sqrt{103}, \text{ vel } \dots 3.1623 \text{ quart. Ze}$$

Fa-



# De Figuris ex Architecturâ Militari. 137

Facies ME 2 Ze, vel - - - 2. 0000 Ze

ergo Recta EB ✓ 103 + 2 Ze, vel - - - 5. 1623 quart. Ze.

In Δgulo rectangulo MAB quæritur angulus MBA. ut AB 3 Ze ad AM 1 Ze, ita sinus totus 10000000, ad tangentem MBA 3333333: quæ dat angulum MBA propè 18. gr. 26 min. ergo si subtrahatur MBA 18. gr. 26 min. ex WBA 90, gr. remanet WBE 71. gr. 34 min.

In triangulo rectangulo EMV, quia recta MV est parallela rectæ BW, ideò (per prop. 2. & 5. l. 6) triangulum EMV erit simile Δgulo EBW, & angulus EMV æqualis angulo EBW. Itaque latus EV sic manifestabitur.

Ut sinus totus ad EM, ita sinus EMV 71. gr. 34 min. ad EV

1000000

2 Ze

94869

2 Ze

1000000

189738 Ze

1.897 tert. Ze

pro EV 1.89-

7 Ze. WD 3-

000 Ze AB vel

VW

6795 tert. Ze ED.

ergo 6.795 tert. Ze sunt æquales 800 ped. facit 1 Ze AM æq.

117.75 sec. +

2 Ze EM æq.

235. 50 +

3 Ze AB æq.

353. 26 —

Idem Per Algebram solam.

Quia in triangulis rectangulis BAM & EVM anguli AMB, & VME ad crucem sunt oppositi, erunt hi anguli AMB & VME æquales, & Δgulum AMB Δgulo VME simile. Igitur cum MB supra sit inventa ✓ 103, dicatur: ut MB ✓ 103

S

ad



ad AB ; Ze, ita ME 2 Ze ad EV ✓  $3 \frac{6}{10}$  ; huic adde æqualem  
 WD ✓  $3 \frac{6}{10}$ , facit ✓  $14 \frac{4}{10}$ , rursus addita Cortina AB, vel  
 huic æqualis WV ; Ze, facit rectam ED ✓  $14 \frac{4}{10}$  + 3 Ze æ-  
 qualem 800 ped. vel ✓  $14 \frac{4}{10}$  xq. 800 — 3 Ze, facit 1 Ze pro  
 Alâ AM ✓  $\frac{25600000}{81}$  —  $444 \frac{4}{9}$  vel 117.75 sec. + ped. ut  
 suprâ.

### Nunc quæraturs linea Capitalis & Colli.

In eodem triangulo rectangulo EVM quæraturs recta  
 MV : nempe : ut MB ✓ 10 ad MA 1 Ze, ita ME 235.50 sec.  
 +, ad MV 74.47 : sec. huic adde MA, fiet recta AV, 192.22 sec.  
 cui æqualis est recta HX. Itaque in Δgulo rectangulo EXH,  
 cū datum polygonum sit hexagonum, erit angulus hujus  
 polygoni 120 gr. cuius dimidius est angulus HEX 60 gr. er-  
 go ut sinus totus 100000 ad XH 192.22 sec. ita secans ang.  
 XHE 30 gr. nempe 115470 ad HE 221.96 sec. pro lineâ Ca-  
 pitali. Item ut sinus totus 100000 ad XH 192.22 sec. ita  
 tangens ang. XHE 30 gr. nempe 57735 ad EX 110.98 : sec.  
 itaque ablatâ EX 110.98, sec. ex rectâ EV quæ in Δgulo  
 EVM invenitur 223.37, sec. remanet XV seu HA linea Colli  
 112.39 sec.

**LXXXI.** Quæriturs iisdem datis, quomodo illa duo  
 propugnacula sint describenda ?

Cū suprâ demonstratum fuerit, triangulum EMV esse  
 simile Δgulo BMA, in Δgulo autem BMA anguli fuerint in-  
 venti nempe AMB 71.34 min. & MBA 18.26 min. erit angu-  
 lus MEV etiam 18.26 min. Itaque ad rectam ED 800, ped.  
 construatur angulus BEV 18. gr. 26 min. recta ED dividatur bi-  
 fariam



fariam in Y, portio autem EY dividatur in alias duas portiones, quarum una EV ad alteram VY proportionem habeat ut ✓ 40 ad 5. deinde à puncto V ducatur perpendicularis VA secans rectam EB in M, & erit recta EM facies propugnaculi: hujus rectæ EM dimidio ponatur æqualis MA pro Alâ. Per punctum A ducatur HB parallela rectæ ED: deinde (cùm ponatur describi munitionem hexagonam) fiat angulus HEV 60, gr. ducaturque ex puncto E recta EH occurrens rectæ HB in H, & fiet recta HA Collum, recta autem HE linea Capitalis propugnaculi. Ex his cætera facile complebuntur.

### Demonstratio Algebraica.

Primò demonstrandum est, proportionem ✓ 40 ad 5 nempe quam habere debet recta EV ad VY, esse (iisdem suppositis) congruam. Secundò angulum HEV in hexagono esse 60, gr. cætera deinde facile patebunt. Primò itaque si ponatur AB esse 10 Ze, erit MA  $\frac{10}{3}$  Ze: harum quadrata 100  $\frac{1}{9}$ , &  $\frac{100}{9}$  addita faciunt  $\square$ rum MB  $\frac{1000}{9}$   $\frac{1}{9}$ , ergo ipsa MB erit ✓  $\frac{1000}{9}$   $\frac{1}{9}$ . cùm verò MA sit  $\frac{10}{3}$  Ze, erit ME  $\frac{20}{3}$  Ze: dic itaque ut MB ✓  $\frac{1000}{9}$   $\frac{1}{9}$  ad BA 10  $\frac{3}{3}$  Ze, ita EM  $\frac{20}{3}$   $\frac{3}{3}$  Ze ad EV ✓  $\frac{360000}{9000}$   $\frac{1}{9}$ , hoc est ✓ 40  $\frac{1}{9}$ . Corollaria AB ponitur 10 Ze, ergo dimidia, vel huic æqualis VY erit 5 Ze: ergo recta EV habet proportionem ad VY sicut ✓ 40  $\frac{1}{9}$  ad 5 Ze, vel absolute ut ✓ 40 ad 5: nam ✓  $\frac{1}{9}$  est Ze, itaque signa erunt æqualia, signa autem æqualia sunt ut N ad N, ergo ✓ 40  $\frac{1}{9}$  ad 5 Ze eandem proportionem habent quam ✓ 40 ad 5, vel neglecto rigore Mathematico, ut 6.3246 quart. ad 5.0000 quart. quod erat primò demonstrandum. Secundò: Ex coroll. prop. 32 lib. 1. Eucl. patet, angulum hexagoni regularis esse 120 gr. ergo dimidius, qualis etiam est angulus



gulus HEV; erit 60 gr. quod secundo erat demonstrandum.

### Aliter & melius.

Recta ED dividatur bifariam in Y, una portio verbi gratia EY, dividatur in tres partes æquales, ex puncto Y ducatur perpendicularis YC, quæ sit æqualis uni tertiæ parti rectæ lineæ EY, & per C ducatur recta EB. Deinde dividatur EY in duas partes, quarum una EV ad alteram VY proportionem habeat ut  $\sqrt{40}$  a d 5. Cætera postea fiant ut supra, & sic eadem figura describetur.

### Demonstratio

Cum recta AB sit parallela rectæ ED, in has autem incidat recta EB, erunt anguli alterni BED, & EBA (*per 29. 1.*) æquales: ergo etiam angulus CEY (qui idem est cum angulo BED) angulo MBA (qui idem est cum angulo EBA) erit æqualis. rectus autem EYC recto BMA æqualis, ergo & reliquus ECY reliquo BMA, &  $\Delta$ gulum EYC  $\Delta$ gulo BAM simile: ergo ut MA ad AB, ita CY ad YE, sed MA ad AB ponitur *in hypothesi* esse ut 1 ad 3, ergo etiam CY ad YE erit ut 1 ad 3, ergo CY erit æqualis tertiæ parti rectæ lineæ EY, quod erat ostendendum, nam reliqua jam sunt superius ostensa.

**LXXXII.** Quæritur Regula universalis, quomodo ex datâ distantia propugnaculorum, data portione Alæ, Faciei & Cortinæ; & supposito lineam stringentem duci ex angulo recto Alæ & Cortinæ pro dato polygono regulari Munificio Regularis Geometricè sit describenda. *fig. 33.*

### Regula

Sint proportionēs Alæ, Faciei, & Cortinæ, ut A, D & B. C, & sit Ala ad Faciem ut A ad D, & Facies ad Cortinam ut D ad BC, ergo erit Ala ad Cortinam (*per 22. 5.*) ut A ad BC.

Data



Data distantia propugnaculorum sit recta HH. Primò itaque recta HH dividatur bifariam in F. 2. ex puncto F ducatur perpendicularis FG, recta autem FG fiat (*per* 12.6) ad HF, sicut A ad BC, & per punctum G producatu recta HO. 3. fiat etiam ut HG ad HF, ita recta D ad aliam rectam, quæ sit L. 4. Recta BC dividatur bifariam in K, & ad lineam rectam L. constitutatur in directum æqualis alterutri BK aut KC, ut fiat recta LK. 5. deinde fiat ut tota LK ad totam HF, ita portio BK, ad aliam portionem rectæ HF, quæ sit FM. 6. Ex puncto itaque M ducatur perpendicularis MO occurrens rectæ HO in puncto N: erit ergo recta HN Facies propugnaculi, recta NO ejusdem Ala; Cortina OO seipsam facile patefacit. Et sic duo dimidia propugnacula, exceptis lineâ Capitali & Colli, sunt descripta.

Restat ut & lineæ Capitales & Colli describantur; ad hoc autem necessariò sciendum est, cuinam polygono hæc propugnacula sint accommodanda. Dato ergo nomine polygoni dabitur etiam angulus circumferentiæ, nempe in quadrato angulus circumferentiæ est 90 gr. in pentagono 108 gr. In hexagono 120 gr. In heptagono 128.34. m. 17 sec. &c. In Octogono 135 gr, in Eñeagono 140 gr. in Decagono 144 gr. &c. ut videre est in tabulis Architectorum Polemicorum, & colligitur ex Coroll. prop. 32.1. Eucl. Ponamus itaq; munien- dum esse Octogonum, erit ergo angulus circumferentiæ 135 gr. eiùsque dimidiu 67.30 min. Itaque angulus MHP fiat grad. 67.30 min. per puncta OO producatu utrobique Cortina OO, & in dicto angulo MHP ducatur recta HP occurrens productæ Cortinæ in P, & erit recta HP linea Capitalis, PO autem Collum. Vel cæteris constructis uts. Describatur super datam HH polygonum regulare petitum, & ex centro figuræ ad angulos ejusdem educantur rectæ, ad quas productæ



ex utraq[ue] parte Cortinae ostendent punctum P ut supra.

His habitis reliqua pars dimidia propugnaculi eodem penitus modo describitur. Jam dico, Alam, Faciem, & Cortinam esse in petita proportionem A, D & BC.

### Demonstratio.

Primò quidem ex propositionibus primi & sexti libri Euclidis facillimè demonstratur, triangula rectangula HMN, HFG, & OON esse inter se similia, & rectas HH & PP; item rectas MO & MO esse parallelas; partem dimidiam HFQP alteri parti dimidia HFQP quo ad omnes partes, lineas & angulos esse æqualem: quapropter hanc facilem, sed tamen prolixam, & ob id tædiosam demonstrationem adducere nolui. Deinde quoniam triangulum NOO  $\Delta$ gulo GFH simile est, erit ut GF ad FH, ita NO ad OO: est autem ( *per praecept. 2 data constructionis* ) GF ad FH, ut A ad BC, ergo etiam ut A ad BC, ita NO ad OO; sed NO est Ala & OO Cortina, ergo Ala NO ad OO Cortinam habet proportionem ut A ad BC, quod primò erat faciendum, ac demonstrandum.

Secundò quoniam ( *per praecept. 5.* ) est ut tota LK, id est; LB + BK ad totam HF, id est HM + MF, ita ablata BK ad ablatam MF, erit etiam ( *per 19. 5.* ) reliqua LB ad reliquam HM, ut tota LK ad totam HF. Sed ( *per praecept. 3* ) est HG ad HF, id est ( propter similitudinem triangulorum HFG & HMN ) HN ad HM ut D ad LB, ergo *permutando & convertendo* erit ( *per prop. 16 & coroll. prop. 41. 5.* ) ut HN ad D; ita HM ad LB, sed supra ostendimus esse HM ad LB, ut HF ad LK, ergo HN ad D ut HF ad LK ( *per 22. 5.* ) sed ut HF ad LK ita MF ad BK, ergo HN ad D, ut MF ad BK; sed est MF dimidia totius MM seu OO, ad BK dimidiam totius BC, ut tota OO ad totam BC ( *per 19. 5* ) ergo ut tota OO ad totam BC, ita HN  
ad



# De Figuris ex Architecturâ Militari. 143

ad D; est autē OO Cortina, & HN Facies, ergo ut Cortina ad rectā BC, ita facies ad rectā D, quod fieri & demonstrari oportebat.

Hanc proportionum combinationem claritatis causâ placet in tabulâ subijcere, unâ eum locis ubi demonstrantur.

| ut       | ad      | sic    | ad  | demonstr.     |
|----------|---------|--------|-----|---------------|
| LB+ BK.  | HM+ MF. | BK.    | MF. | præcept. 5    |
| LB+ BK.  | HM+ MF. | LB.    | HM. | prop. 19. 5   |
| HG].     | HF].    |        |     |               |
| HN]      | HM}     | D.     | LB. | præcept. 3    |
| HN.      | D.      | HM.    | LB. | coroll. 4. 5. |
| HF.      | LK.     | HM.    | LB. | coroll. 4. 5. |
| HF.      | LK.     | HN.    | D.  | prop. 22. 5.  |
| HF.      | LK.     | MF.    | BK. | coroll. 4. 5. |
| MF.      | BK.     | HN.    | D.  | prop. 22. 5.  |
| MM]      |         |        |     |               |
| OO]      | BC.     | MF.    | BK. | prop. 19. 5.  |
| OO       | BC.     | HN.    | D.  | prop. 22. 5.  |
| Cortina. | BC.     | Facies | D.  | coroll. 7. 5. |

sufficit hîc, quæstionibus 79, 81 & 82 indicâsse modum, quo si etiam cognita ponantur alia, similes munitionum delineationes Geometricæ ex Algebrâ possint elici. Et pulchræ quidem hæ sunt, nec non ingeniosis subtilitatum mathematicarum æmulatoribus periucundæ, captui tamen aliorum & praxi idoneæ magis erunt ex, quæ, lineis & angulis omnibus vel saltem necessariis per solutionem aut Trigonometricam aut Algebraicam, juxta ea quæ in præcedentibus dicta sunt, & adhuc dicentur, patefactis, ope Circini ex scalâ mensuræ imminutarum in laminâ chalybeâ vel orichalchicâ accuratissimè divisâ peraguntur, transferendo scilicet singula-



rum linearum quantitatem calculo repertam ex memoratâ scalâ, in chartam in quâ munitio petita erit delineanda. Quæ methodus etiam hoc habet commodi, quòd etsi delineatio in chartâ errorem unius aut plurium pedum (quis enim omnem, tot causis concurrere solitis effugiet?) contrahat, non tamen consequetur error in translatione munitiois ex chartâ in campum ubi illa erit exstruenda: non enim in campo usurpari debebunt illæ mensuræ, quæ in chartâ, sed quæ in calculo sunt repertæ: nec ad aliud hic proderit delineatio in chartâ facta, quàm ut Idea & Figura munitiois excitandæ & animo & chartæ constanter hæreat impressa, & ubi hæsitatio subrepat, num hic v. g. angulus debeat esse internus an externus, item hæc linea ad dextram vel ad lævam, per hoc vel per illud punctum &c. sit ducenda, id confestim ex charta repetas. Et sic delineatio in chartâ figuram munitiois, non autem singulorum mensuram ac quantitatem suppeditabit. Quod etiam circa aliorum objectorum delineationes similiter intelligendum.

Vt autem ratio calculi adhuc magis elucescat, unam, alteramve his addere quæstionem visum est operæ pretium.

**LXXXIII.** Quidam petit excitari munimentum regulare Octogonum, ita ut latus (id est: Cortina cum utrâque lineâ Colli) sit 600 pedum. Facies, Ala, & Cortina proportionem habeant, quam 2. 1. & 3. In ala autem ædificabitur Casamatha, idèoque (uti plerumque consequitur) linea stringens ex angulo Alæ & Cortinæ, qui rectus sit deducitur. Quæruntur reliqua. *fig. 32.*

**Solutio per Algebram Mechanicam.**

Algebram mechanicam voco, quæ negligit radices surdas, easque in fractiones Decimales, aut alias quascunque solvit. Itaque ponatur MA 1000 Ze, erit EM 2000 Ze, quæratur

MA



# De Figuris ex Architecturâ Militari. 145

MA.  $\square$ . 10000000  $\delta$

AB.  $\square$ . 90000000  $\delta$

MB.  $\square$ . 100000000  $\delta$ . ejus Log. 7.00000000  $\delta$

dimiditum 3.50000000 Ze log. MB

ut MB. ad AM 1000 Ze. ita EM 2000 Ze. ad MV  
3.50000000 Ze. 300000000 Ze. 3.3010300 Ze

3.3010300 Ze

6.3010300  $\delta$

3.50000000 Ze

2.8010300 Ze. MV. 632.48 sec. Ze.

ut MB. ad AB 3000 Ze. ita EM 2000 Ze. ad EV  
3.50000000 Ze. 3.4771212 Ze. 3.3010300 Ze

3.3010300 Ze

6.7781512  $\delta$

3.50000000 Ze

3.2781512 Ze. EV. 1897.65 sec. Ze

AM. 1000.00 sec. Ze

HN. 300

VM. 632.48 Ze

AN. 1500 Ze

AV. 1632.48 Ze

HA. 300 — 1500 Ze

In  $\triangle$ gulo EXH, cum fig. sit 8 gona, erit HEX 67. gr. 30, & EHX  
22.30, m. datur autem HX (vel AV) 1632.48 sec. Ze. queritur EX,  
ut sinus totus; ad HX 1632.48 sec. Ze, ita Tang. EHX, ad EX.

10.00000000. 3.2128478 Ze.

9.6172243

9.6172243

12.8300721 Ze. EX 676.19 sec. Ze.

HN vel vel XY est 300, ergo EY 300 + 676.19 sec. Ze. Item  
EV supra reperta - - - 1897.65 sec. Ze

VY, nempe  $\frac{AB}{2}$  - - - 1500.00 sec. Ze

EY - - - 3397.65 sec. Ze æqualis 300 + 676.19 sec. Ze

T

sub



subtrahe utrinque 676.19 *sec.* Ze: erunt 2721.46 *sec.* Ze  $\propto$ q. 300 ped. facit 1000 Ze, id est AM  $\propto$ q. 110.275 *tert.* ped. ergo Facies EM 2000 Ze erit 220.550 *tert.* ped. & AB Cortina 30.825 *tert.* ped. EY 374.539 *tert.* ped. & ED distantia propugnaculorum 749.078 *tert.* ped. Linea Colli HA 134.588 *tert.* ped. linea XH 179.956 *tert.* & in triangulo EXH linea Capitalis EH 194.783 *tert.* In triangulo AMB angulus ABM, & huic  $\propto$ qualis MEV 18 gr. 26 *min.* HEV est, 67 gr. 30, *min.* à quo subtractus MEV 18 gr. 26, *min.* relinquit MEH 49.4, *min.* ergo angulus totius propugnaculi erit 98. gr 8 *min.* & semidiameter polygoni majoris facile habebitur ex datis lineâ EY, & angulo HEY, nempe 978. 718 *tert.* ped. Et sic totus calculus absolutus est.

Proba. EY suprâ reperta fuit 374.539 *tert.* ped.  
 EX in  $\Delta$ gulo EXH reperitur - - 74.539 ped.  
 ergo XY seu HN - - - - - 300.000 *tert.* ped. ut ab initio petebatur. Vnde pro solutione sine Algebrâ potest inservire hæc

### Regula

I. Ex data proportionē Alæ, Faciei, & Cortinæ quæro proportionē rectarum EV & VM ad proportionatum numerum Faciei EM. II. Adde numerum proportionatum VM modò inventum, ad numerum proportionatum Alæ AM, & habes numerum proportionatum AV. III. Dic: ut Sinus totus ad numerum proportionatum AV num. II. inventum ita Tangens anguli EHX (qui habetur subducendo dimidium anguli dati Polygoni ex 90 gr.) ad numerum proportionatum EX. IV. Adde numeros proportionatos EV & AN (hoc est VY) & habes numerum proportionatum EY. V. ex quo (EY) si subtrahas numerum proportionatum EX num III inventum, habes numerum proportionatum XY, VI. Dic tandem



dem: ut numerus proportionatus seu fictus XY, vel HN, ad verum numerum HN, ita quivis numerorum proportionatorum N. I, II, III, & IV inventorum, ad numerum verum suæ Lineæ competentem. Demonstratio à capite ad calcem exposito processu Algebraico-Trigonometrico patet, & operatio eadem ferè est quæ supra.

Delineatio autem munitionis in chartâ nunc perfacilis erit: ex scalâ enim pedum immixtorum (quæ tamen exactissimè sit divisa) poterit circino mensura semidiametri accipi- & hâc aperturâ descripto circulo inscribi desideratum polygonum, cujus quodvis latus significabit distantiam propugnaculorum ED. Deinde ductis ad quemlibet angulum radiis habebuntur anguli HED, & FDE &c. tum ex scalâ capiatur quantitas Lineæ Capitalis, quæ ex angulis polygoni E & D transferatur in semidiametros, eruntque lineæ Capitales EH, & DF &c. Post juncta HF latus dabit polygoni interius, ex quo utrinque abscindatur mensura lineæ Colli similiter ex scalâ petita; sic fient HA, & BF lineæ Colli, & AB Cortina, junctæ verò BE, AD dabunt lineas Stringentes. Postremò ex punctis A & B perpendiculares erectæ, & ductis BE, AD occurrentes in M & L patefacient & Alas ipsas AM, BL & propugnaculorum Facies ME, LD: quæ circino acceptæ & in scalâ juxta mensuras suas in calculo repertas examinatæ, delineationis vel ritè vel sinistrè confectæ rationem reddent. Similiter ex chartâ in campum munitio erit transferenda, iis, quæ ante hanc quæstionem dicebantur, observatis.

Delineationem Geometricam ex datâ Regulâ haud difficulter disces, modo in numerorum locum substituas lineas eâ ratione, quam subsequens quæstio docebit. Insuper dicta Regula Universalis est, & per illam conficitur Universale hoc Problema, vel

Corollarium. Dato angulo Circumferentiæ: Latere  
T 2 Poly-



Polygoni interno: unà cum proportione Alæ, Faciei, & Cortinæ; & posito lineam Stringentem ex angulo Alæ & Cortinæ recto deduci; cætera per calculum reperire, & Munitionem Regularem tam Geometricè quàm Mechanicè in chartâ delineare.

**LXXXIV.** Desideratur munimentum regulare Icosigonum (hoc est: viginti angulorum) cujus latus 650 ped. Angulus propugnaculi rectus: Ala, Facies, Cortina proportionem habeant ut 1. 2. 3. quærentur lineæ. *fig. 34.*

**Solutio per Algebram, & Trigonometriam Logarithmicam,**

Ponatur Ala IM 1000 Ze, erit Facies ME 2000 Ze, & Cortina IK 3000 Ze. Angulus BEV in Icosigono est  $81^{\circ}$ , à quo subtractus BEM dimidii propugnaculi, nempe  $45^{\circ}$ , relinquit MEV  $39^{\circ}$ . Itaque primò

**In triangulo MEV quæritur EV.**

Vt sinus totus, ad hypoten. EM 2000 Ze, ita sinus EMV  $54^{\circ}$ , ad EV

10.00000000.      3.3010300 Ze.      9.9079576

9.9079576

13.2089876 Ze EV. 1618.04 sec. Ze

2. ut sinus totus, ad hypoth. EM 2000 Ze, ita sinus MEV  $36^{\circ}$ , ad VM

10.00000000.      3.3010300 Ze.      9.769218 pr. 7

9.7692187

13.0702487 Ze VM. 1175.57 sec. Ze

MI. 1000.00 Ze

TB, vel VI. 2175.57 Ze

**Tertiò in  $\Delta$ gulo ETB quæritur ET.**

Vt sinus totus, ad crus TB 2175.57 sec. Ze, ita Tang. EBT  $9^{\circ}$ , d ET,

10.00000000.      3.3375731 Ze.      9.1997125

9.1997125

12.5372856 Ze TE. 344.58 sec. Ze

subtr

EV.



EV. 1618.04 *Ze*

TV. 1273.46 *Ze*

WP. 1273.46 *Ze*

VW. 3000.00 *Ze*

BC, vel TP. 5546.92 *Ze*, quæ sunt æq. 650 ped.  
 dic ergo 5546.92 *sec. Ze* æquantur 650 ped. quibus 1000 *Ze* ?  
 facit 117.182 *tert. pedes* pro Alâ: ergo 234264 *tert. ped.* pro  
 Facie, & 351.546 *tert. ped.* pro Cortinâ.

Proba.

1. ut sinus totus, ad hypot. EM 234.364, *tert.* ita sinus EMV  
 54°, ad EV.

10.00000000.

2.3698909.

9.9079576.

9.9079576

2.2778485 EV. 189.605 *tert. ped.*

2. ut sinus totus, ad hypot. EM 234.364, *tert.* ita sinus MEV 36°, ad VM,

10.00000000

2.3698909.

9.7692187

9.7692187

12.1391096 VM. 137.753 *tert. ped.*

IM. 117.182 *ped.*

TB, vel VI. 254.935 *ped.*

Tertiò in  $\Delta$ gulo ETB quæritur ET.

Ut sinus tot⁹ ad crus TB 254.535, *tert.* ita tang. EBT 9°, ad ET.

10.00000000.

2.4064294

9.1997125

9.1997125

1.6061419 ET. 40.378 *tert. ped.*

EV. 189.605 *ped.* subtr.

VT. 149.227

WP. 149.227

VW. 351.546

TP, vel BC. 650.000 *tert. ped.* uti ponebatur

Regu.



## Regula.

I. Ab angulo dati polygoni dimidio subtrahe dimidium angulum propugnaculi, & habes angulum qui vocetur *P*. Numeri autem proportionati seu ficti *Alæ*, *Faciei* & *Cortinæ* vocentur *A. F. C.* II. fiat ut sinus totus ad *F*, ita sinus complementi anguli *P*, ad aliud, quod sit *Q*. III. fiat ut sinus totus ad *F*, ita sinus anguli *P* ad aliud, quod sit *R*. IV. Adde *A* & *R*. V. fiat ut sinus totus ad *A + R* num. IV inventum, ita Tangens complementi anguli polygoni dimidiati ad aliud *U*. VI. subtrahe *U* ex *Q*. Residuum duplica. huic duplo adde *C*, & habes numerum fictum lateris polygoni. VII. Dic ergo: ut numerus iste fictus ad verum numerum lateris datum, ita quilibet numerus fictus *A. F. C.* ad verum numerum *Alæ*, *Faciei* & *Cortinæ*.

## Demonstratio

Et ratio *præcepti primi* patebit ex inspectione tum *Figuræ* tum *suprapositi processûs Algebraici*. Reliquorum *præceptorum* ratio tota quanta, sicut etiam *Operatio* ex eodem processu discitur: numeri enim *A. F. C.* ibidem fuerant 1000 *Z.* 2000 *Z.* 3000 *Z.* &c.

*Delineatio Mechanica* nunc haud multum difficultatis habet: diviso enim latere polygoni dato bifariam, transferatur utrinque circino longitudo *Cortinæ dimidiæ* per calculum inventæ, & ex istis *Cortinæ* extremitatibus fiant perpendiculares longitudinem habentes *Alæ* inventæ. dein productis semidiametris accipiat circino mensura *Faciei*, & ex puncto *Alæ M* describatur arcus secans semidiametrum productam in *E*, jungaturque *EM*. hæc *Facies*, *EB*, *Capitalis*, & *BI* linea *Colli*.

*Delineatio Geometrica* ex datâ *Regulâ*, si loco numerorum



*rorum* adhibeantur *lineæ*, facile peragitur, quam ( ut similia plura ex fundamentis Sinuum Tangentium &c. possint excogitari: nec enim apud alios simile quidpiam legi ) hîc subjungam. Sit angulus Polygoni muniendi dimidiatus AXF, angulus autem dimidij propugnaculi ad lineam FX & partes A applicatus sit GXF, ergo angulus GXA erit qui in præcepto Regulæ primo vocatur *P*. deinde sint Ala, Facies, & Cortina exstruendæ in proportionem, quam habent rectæ *A. F. C.*

2. Sumptâ XA utcunque, describatur ex X arcus circuli AGH, & fiat XH perpendicularis ipsi XA. Ex puncto G demittatur ad XA perpendicularis GN, quæ erit *Sinus Rectus* anguli AXG, seu anguli *P*, & alia perpendicularis GO in rectam XH, quæ erit *sinus complementi* ejusdem anguli *P*, & fiat ut Radius XG ad rectam *F*, ita GO *sinus complementi* anguli *P*, ad aliam rectam, quæ sit *Q*. habes rectam proportionatam ipsi EV ( hoc est: *Q* erit ad EV, sicut A ad IM, vel F ad ME &c. )

3. Fiat rursus ut Radius XG ad rectam *F*, ita *sinus Rectus* GN ad rectam, quæ sit *R*, habes rectam proportionatam ipsi VM.

4. Ponatur *R* in directum ipsi rectæ *A*, ut fiat recta *A + R*, habes rectam proportionatam ipsi VI.

5. Ex puncto Hducatur recta HF tangens circulum in H & occurrens radio producto XF in F; & fiat ut radius XH ad *A + R*, ita tangens HF ad rectam; quæ sit *U*. Habes rectam proportionatam ipsi ET,

6. Subtrahe *U* ex *Q*, habes rectam proportionatam ipsi TV seu BI. Hujus residuæ sume duplam, & habes rectam *Y*, proportionatam ipsis BI + KC. Huic *Y* pone in directum rectam æqualem ipsi *C*, & habes rectam

*Y + C* proportionatam ipsi lateri  
dato BC.

7. fiat



7. fiat ergo ut  $Y \div C$  ad datam  $BC$ , ita  $A$   $\left\{ \begin{array}{l} F \\ C \\ Q \\ R \end{array} \right.$  ad  $\left\{ \begin{array}{l} IM \\ ME \\ IK \\ EV \\ VM \end{array} \right.$  &c.

quæ lineæ inventæ, dein uti requirit ordo, inter se connectantur, & habebis munimentum petitum Geometricè delineatum. Demonstrationem hujus delineationis ex superioribus te didicisse credo.

Coroll. hinc lucefcit modus universalis, quo ex dato angulo circumferentiæ, propugnaculi, & recto Alæ & Cortinæ, data etiam proportionē Alæ, Faciei, & Cortinæ super datum latus polygoni (si id fieri possit) munitio regularis Geometricè sit delineanda. Dico, si id fieri possit: possent enim *Data hæc* tequisita adeò ineptè proponi, ut delineationem super eadem perficere utique impossibile foret. Quod etiam in præcedentibus animadverti oportet.

**LXXXV.** Joannes Faulhaber in suâ Tabulâ Fortificatoriâ. *quam ponit ad cap. 9. p. 2. Scholæ Polemicæ*, in munitis regularibus non pauciorum quam 8 angulorum ponit angulum propugnaculi, sicut etiam Alæ & Cortinæ rectum: Alam 120 pedum: Faciem 240 ped.: Cortinam 360 ped.: Quærentur lineæ reliquæ pro munimento regulari 20 angulorum, id est, pro Icosigono. *fig. 35.*

### Solutio Trigonometrica.

Primò constat figuram Icosigonam habere ad circumferentiam angulos  $40 \div 4$  id est 36 rectos, qui dant 32 40 gradus. hi per numerum angulorum 20 divisi dant angulum Icosigoni 162 *grad.* hujus dimidium 81 *gr.* est angulus GAM:

(ut)



# De Figuris ex Architecturâ Militari. 153

(uti etiam suprâ diximus) à quo angulus dimidii propugnaculi nempe  $GAC$   $45$  gr. subtractus relinquit angulum  $CAM$   $36$  gr. Itaque in  $\Delta$ ngulo  $AMC$  quæritur  $AM$  per Logarithmos.

Vt sinus totus, ad  $AC$   $240$  ped. ita sinus  $ACM$   $54$  gr. ad  $AM$ .

|              |            |           |
|--------------|------------|-----------|
| 10.00000000. | 2.3802112. | 9.9079576 |
|              | 9.9079576. |           |

2.2881688  $AM$ . 194. 164 tert. ped.

2. ut sinus totus, ad  $AC$   $240$  ped. ita sinus  $CAM$   $36$  gr. ad  $CM$ :

|              |            |           |
|--------------|------------|-----------|
| 10.00000000. | 2.3802112. | 9.7692187 |
|              | 9.7692187  |           |

2.1494299  $CM$ . 141.068 tert. ped.

$CE$ . 120.000 ped.

$GN$ . vel  $EM$ . 261.068 tert. ped.

3. ut sin<sup>9</sup> tot<sup>9</sup>, ad  $GN$  261.068 tert. ped. ita sec<sup>as</sup>  $AGN$   $9$  gr. ad  $AG$

|              |             |            |
|--------------|-------------|------------|
| 10.00000000. | 2.4167535.  | 10.0053801 |
|              | 10.0053801. |            |

2.4221336  $AG$ . 264. 322 tert. ped. Linea Capit.

4. ut sin<sup>9</sup> tot<sup>9</sup>, ad  $GN$  261.068 tert. ped. ita Tang.  $AGN$   $9$  gr. ad  $AN$ .

|             |            |           |
|-------------|------------|-----------|
| 10.00000000 | 2.4167535. | 9.1997125 |
|             | 9.1997125  |           |

1.6164660  $AN$ . 41. 349 tert. ped.

$AM$ . 194. 164 tert. ped.

$AN$ . 41. 349 ped.

$MN$ . 152. 815 ped.

$AM$ . 194. 164 tert. ped.

$MO$ . 180.000 tert. ped.

$AO$ . 374. 164 ped.

distancia propug.  $AB$ . 748. 328 ped.

Si nôsse cupis spatium defensionis, vel Alam Cortinæ  $SF$ , id per  $\Delta$ gulum  $AQS$  obtinebis, uti sequitur.

Vt sinus totus, ad  $GN$  vel  $QS$ : Ita Tang.  $ASQ$   $54$  gr. ad  $AQ$ .

|              |            |            |
|--------------|------------|------------|
| 10.00000000. | 2.4167535. | 10.1387390 |
|              | 10.1387390 |            |



|                                    |                            |        |  |
|------------------------------------|----------------------------|--------|--|
| 2.5554925 AQ. 359. 328 tert. ped.] |                            |        |  |
| GE. 152.815 tert. ped.             | AB. 748. 328 ped.]         | subtr. |  |
| FH. 152.815 ped.                   | QB. 389. 000 ped.]         |        |  |
| EF. 360. 000 ped.]                 | AM, vel PB. 194. 164 ped.] | subtr. |  |
| GH 665. 630 tert. ped.]            | SF, vel QP. 194. 836 ped.] |        |  |

Vides hunc calculum ante oculos tibi positum easdem omnino linearum quantitates exhibere, quas supracitata Tabula, ut perinde quantam ipsius Author in tractando calculo soleriam usurpavit, pronum sit judicare.

Delineatio hujus munimenti etiam Geometrica facilis est. Data enim Facies sit AC, & ad A ponatur recta GA faciens cum AC angulum dimidii propugnaculi datum, scilicet semirectum: item alia AB concludens cum AG angulum circumferentiae dati polygoni dimidiatum; deinde per punctum C ducatur ad AB perpendicularis ECM, & fiat CE æqualis Alæ datae, rursusque per punctum E alia ducatur ad EC perpendicularis GH, & abscindatur EF æqualis datae Cortinae: hæc ipsa perpendicularis GH occurrens rectæ AG in G dabit & lineam Colli GE, & Capitalem GA. Tandem cæteris completis erit munitio Geometricè delineata, ita quidem, ut demonstratione uberiore indigere minimè videatur.

**LXXXVI.** Alius præ reliquis cunctis commendat hanc delineandarum munitionum plures quàm 5 angulos habentium methodum. Primò descripto polygono regulari petito dividatur unum ejus latus AB (fig. 36) in 6 partes æquales, harum unam habeat linea Colli AC & AD, & huic æqualem Ala perpendiculariter erecta CE, DF: Juncta EF dividatur bifariam in G, ac in semidiametro polygoni productâ ponatur uni GF, aut GE æqualis GH, jungaturque HE, HF quæ erunt Facies, HA autem linea Capitalis propugnaculi ACE-HFDA. Quærentur reliqua pro munitione Icosigona, cujus latus AB sit pedum 600? Solu.



## Solutio Trigonometr. Logarith.

Jungatur AE, & quia angulus GAC in Icosigono est 99 gr. angulus autem EAC ( cum AC sit æqualis CE ) est 45 gr. erit GAE 54 gr. Itaque in Δgulo ECA quæritur EA. AB est 600, hujus  $\frac{1}{6}$  scilicet 100 dat CA, & ipsi æqualem CE.

Vt sinus totus, ad AC 100 ped. ita secans EAC 45 gr. ad AE

10.0000000.

2.0000000.

10.1505150

10.1505150

2.1505150 AE 141.42 sec. ped.

Secundò in Δgulo HGE, quia HG æquatur GE, erit GHE, id est AHE 45 gr. & in triangulo HAE angulus HAE est 54 gr. ergo HEA est 81 gr. quæritur HA.

Vt AHE sin<sup>9</sup> 45 gr. ad AE 141.42 sec. ita sin<sup>9</sup> HEA 81 gr. ad HA

9.8494850.

2.1505150.

9.9946199

9.9946199

12.1451349

9.8494850

2.2956499 HA. 197.54 sec. ped.

2. ut sinus AHE, ad AE 141.42, sec. ita sin<sup>9</sup> HAE 54 gr. ad HE

9.8494850.

2.1505150

9.9079576

9.9079576

12.0584726

9.8494850

2.2089876 HE. 161.80 sec. ped. Fa-

Latus totum AB 600 ped.

AC + KB - - - 100

CK Cortina 400 ped.

ang. GHE 45 gr.

GHF 45

ang. EHF 90 propugnaculi.

Deinde, ut habeatur Ala MK, seu defensio ex Cortinâ, quæ-



ratur AM in  $\Delta$ gulo HAM, vel CM in  $\Delta$ gulo EMC,

HAM. 99 gr. | 180 gr. semicirc.

AHM. 45 | 144

144

36 gr. ang. AMH, vel CME, ergo MEC 54 gr.

Vt sinus totus, ad CE 100 ped. ita Tang. MEC 54 gr. ad CM,

10.00000000,

2.00000000.

10.1387390

10.1387390

2.1387390 CM. 137. 64' sec. ped. }

CK. 400,00 ped. } subtr.

MK. 262. 36 sec. ped. }

**LXXXVII.** Clariss. Polemicus Mallet, in opere suo militari, quod Philippus von Benßen Germanicè dedit pro Ichnographia munitionum regularium sequentem adhibes normam *in fig.* 37. ut Linea Capitalis GA adæquet  $\frac{1}{3}$  lateris

polygoni GH, quod ponit 600 pedum, Linea Colli EG sit  $\frac{1}{5}$  ejusdem HG: à punctis E & F ad oppositarum Capitalium

terminos B & A ducantur lineæ defensionum EB & FA, ac ex E & F excitentur Alæ EC, FD non perpendiculares ad Cortinam EF, sed cum eâ facientes angulum 98 gr. hæ occurrentes lineis defensionum in C & D exhibebunt propugnaculorum Facies CA, DB, juncta denique AB eorundem distantiam producet. Quæritur nunc singulorum mensura in Icosigono.

### Solutio Trigonomet. Logarith.

Primò in triangulo obliquangulo AGF, ex datâ AG 200 ped. GF 480 ped. & angulo AGF ab his comprehenso, qui in Icosigono est 99 gr. quærantur anguli reliqui,

GF 480.

480.

180 gr.

GA 200.

200.

99 AGF

Aggre-



# De Figuris ex Architecturâ Militari. 157

Aggregat. 680. diff. 280. 81 gr. semissis est 40 gr. 30 min.

2.8325089. 2.4471580. 9.9314989 Tang.

9.9314989.

12.3786569

2.8325089

40 gr. 30 min. Tang. 9.5461480. 19 gr. 23 min.

19.23

40.30

21. 7 min. ang. AFG.

59.53 min. GAF. dimid. propug.

2. ut sin<sup>9</sup> GAF 59 gr. 53 m. ad GF 480, ita sin<sup>9</sup> AGF 99 gr. ad AF.

9.9370189.

2.6812412.

9.9946199

9.9946199

12.6758611

9.9370189

2.7388421 AF 548.08 sec. ped.

180. —

3. CEF 98. —

CFE 21. gr. 7 min.

119. gr. 7 min.

119. 7 min.

60. gr. 53 min. ang. ECF.

Vt sinus ECF 60. 53 min. ad EF 360: ita sinus CFE 21.7 min. ad CE

9.9413279.

2.5563025.

9.5566259

9.5566259

12.1129284

9.9413279

2.1716005 EC 148.46 sec. ped.

4. ut sinus ECF 60.953 min. ad EF 360, ita sinus CEF 98 gr. ad CF.

9.9413279.

2.5563025.

9.9957528

9.9957528.

12.5520553

9.9413279

AF 548.08 sec. ped.

2.6107274

CF 408.06 sec. ped.

Facies AC. 140.02 sec. ped.

Quintò fiat GN perpendicularis ad AB, quæritur in  $\Delta$ gulo  $\Delta$ NG recta AN.

ut sinus totus, ad AG 200 ped. ita sinus AGN 9 gr. ad AN.

10.00000000.

2.3010300.

9.1943324

9.19



9.1943324

1.4953624 AN. 31. 29 sec. ped.

31.29 ped.

GH. 600.00 ped.

Distantia propugnac. AB. 662.58 ped.

Noli scandalizari, qui contra aliorum mentem, hîc Alam cum Cortinâ angulum obtusum facere offendis; nam præterquàm quòd hocce modo Ala multò meliùs respiciat oppositam propugnaculi Faciem, ita quidem, ut linea ex medietate ejusdem Faciei in ipsius Alæ medietatem ducta cadat ferè perpendicularis, adeoque Tormenta omnia directiùs in id colliment quod habent defendendum; præter hoc, inquam, illud quaecunque demum incommodum (quod scilicet Alæ Tormentorum hostilium ludibrio plus æquo forsan videantur expositæ) prolongatâ ultra Alam Facie, seu opere (ut vocant) auriculatâ, quod Alam affatim tegit, eluditur. Sed hæc non mei sunt Fori.

**LXXXVIII.** *fig. 38.* Latitudo cujusdam operis cornuti est CA 420 ped. Ala, Facies (quæ stringitur ex angulo Alæ & Cortinæ recto) & Cortina sunt in proportionem 1. 2. 3. quæritur de singulis.

### Solutio Algebraica.

Ponatur Ala EF Ze, erit Facies AEz Ze, & Cortina GF; Ze: & in Δgulo EFG quadratum EF 1; additum quadrato FG 9; facit 10; pro quadrato EG. Et quia angulus BAE seu BAG (per 29. 1) æqualis est angulo AGF seu EGF, sicut etiam angulus BEA angulo FEG ad cruce[m] sibi opposito, ideò triangulum BAE Δgulo FGE erit simile: ergo ut GE ✓ 10; ad GF 3 Ze, ita EA 2 Ze ad AB ✓ 3  $\frac{3}{5}$ . Hujus AB duplum ✓ 14  $\frac{2}{5}$  facit AB + CD, quibus addita GF seu DB 3 Ze facit CA



# De Figuris ex Architecturâ Militari. 159

✓  $14\frac{2}{5}z + 3z$  æq. 420 ped. Subtrahe igitur utrinque  $3z$

erit ✓  $14\frac{2}{5}z$  æq. 240 —  $3z$ , quadra utrinque, erunt  $14\frac{2}{5}z$

æq. 176400 — 2520  $z$  + 9  $z$ . Multiplica utrinque

(pro tollendis fractionibus) per 5, erunt  $72z$  æq. 882000 —

12600  $z$  + 45  $z$ . Subtrahe tandem utrinque 45  $z$ , erunt 2-

7  $z$  æq. 882000 — 12600  $z$ , vel (reductione factâ per com-

mune mensuram 9)  $3z$  æq. 98000 — 1400  $z$

$$3z \text{ æq. } - - - 98000 - 1400z$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 700. \text{ dimid.} \\ \hline 294000 \quad | \quad 490000 \text{ cum} \\ 490000 \quad | \end{array}$$

784000 radix est 885.438 *tert.*

700.000

185.438

$$\frac{1}{3} 61.813 \text{ tert. æq. } 1z$$

ergo Ala erit 61.813 *tert.* ped. Facies 123.625 *tert.* ped. & Cortina 185.438 *tert.* ped.

## Proba per Logarithmos.

Quia FG est ad GE (uti patuit ex processu Algebraico) sicut  $3z$  ad ✓ 10  $z$ , sive ut  $3$  ad ✓ 10, fiat

ut ✓ 10.

ad 3:

ita EA 123.625, *tert.* ad AB

0.5000000.

0.4771212.

2.0921063

2.0921063

2.5692275

0.5000000

2.0692275 AB 117.281 *tert.* ped.

CD 117.281

GF 185.438

CA 420,000 uti ponebatur. Qued.







$$\begin{array}{r} 6229410 \\ 5962707 \\ \hline 2667030 \end{array}$$

Proba.

|             |                     |                    |                |
|-------------|---------------------|--------------------|----------------|
| Ut radius,  | ad sinum AEB 65 gr. | ita AE,            | ad AB:         |
| 10,0000000. | 9.9572757.          | 2.1030781          |                |
|             | 2.1030781           |                    |                |
|             | <u>2.0603538</u>    | AB 114.909 tert.   |                |
|             |                     | CD 114.909         |                |
|             |                     | GF. vel DB 190.182 |                |
|             |                     | <u>CA 420.000</u>  | uti ponebatur. |

Regula.

I. Numeri proportionati Alæ, Faciei & Cortinæ vocentur *A, F, C.* & fiat: ut radius ad sinum anguli propugnaculi dati, ita *F*, ad numerum, qui vocetur *B.* II. Duplum numeri *B.* adde ad *C*, & habes numerum proportionatum seu fictum distantie propugnaculorum datæ. III. hinc facile cætera patefient: nam ut numerus proportionatus seu fictus distantie propugnaculorum *N. II.* inventus, ad ipsam seu veram eorum distantiam datam, ita *A*, ita *F*, ita *C* ad ipsam Alam, Faciem, & Cortinam.

Demonstratio.

Per se clarè patet ex processu Algebraico. Delineatio autem Geometrica eodem prorsus modo peragitur, adhibendo solummodò lineas, numerorum loco. Sit enim angulus, cui æqualis debeat constitui angulus propugnaculi, datus *E-AH*, & lineæ *A. F. C.* datam proportionem, sub quâ Ala, Facies & Cortina sunt exstruendæ, habeant. Itaque ex unâ angulum *EAH* concludentium abscindatur portio quævis, ut

X

AE,



AE, & centro quidem A, intervallo autem AE describatur arcus circuli EH occurrens reliquæ lineæ AH in H, & ex H demittatur in AE perpendicularis HM, erit HM *sinus rectus* anguli EAH, quo habito facile erit expeditu Regulæ suprapositæ præceptum primum cum reliquis.

**XC.** In Orthographiâ cujusdam munimenti campestris (*fig. 40*) Area Valli cum suâ Loricâ æqualis est areæ fossæ, nempe 203 pedum quadratorum: altitudo Valli, suprema Loricæ latitudo seu crassities, & Ambulacrum usque ad scabellum sunt æqualia, ejusque sextuplum dat supremam Fossæ latitudinem: latitudo autem Valli infima cum margine, eisdem latitudini superiori Fossæ similiter æquatur. De cætero altitudo Loricæ interior habet 6, exterior 4 pedes, mensura acclivitatis interior est 2 ped. scabelli area 3, ejus latitudo 2. ped. Acclivitas & Valli & Fossæ ædificatur sub angulo 45 gr. Quærantur reliqua.

### Solutio per Algebram.

|                       |           |                    |
|-----------------------|-----------|--------------------|
| Ponatur NG            | - - - - - | 1 Ze + 0           |
| erit QR               | - - - - - | 1 Ze + 0           |
| OQ                    | - - - - - | 0 Ze + 4           |
| RP æqualis RK         | - - - - - | 0 Ze + 4           |
| facit NP vel BC       | - - - - - | 2 Ze + 8           |
| AB æqualis BN         | - - - - - | 1 Ze + 0           |
| CD similiter          | - - - - - | 1 Ze + 0           |
| facit AD              | - - - - - | 4 Ze + 8           |
| NP                    | - - - - - | 2 Ze + 8           |
|                       |           | <hr/>              |
|                       |           | 6 Ze + 16          |
| latitudo valli æquata | - - - - - | 3 Ze + 8           |
| BN                    | - - - - - | 1 Ze               |
|                       |           | <hr/>              |
| ANPD                  | - - - - - | area, 3 1/2 + 8 Ze |



# De Figuris ex Architecturâ Militari. 163

|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| RP. 4.    | QI. 6     | QI. 6     |
| RK. 4     | KR. 4     | QS. 2     |
| <u>16</u> | <u>10</u> | <u>12</u> |
| KRP. 8    | 5         | SQI. 6    |
|           | QR. 1 Ze  |           |

area scabelli  
est 3. sequitur  
additio.

area QRKI. 5 Ze

ANPD area - - - - - 38 + 8 Ze + 0 ped.

IQRK - - - - - 08 + 5 Ze + 0

KRP - - - - - 08 + 0 Ze + 8

scabellum - - - - - 08 + 0 Ze + 3

IQS - - - - - 08 + 0 Ze + 6

area totius Valli - - - - - 38 + 13 Ze + 17 ped.

quæ est æqualis area Fossæ 203 pedum. Subtrahere utrinque 17, erunt  
38 + 13 Ze æq. 186.

|   |          |             |
|---|----------|-------------|
|   | 13       | 3           |
|   | <u>2</u> | <u>558</u>  |
| □ | 169      | 4           |
|   | <u>4</u> | <u>2232</u> |
|   | 2232     | 4           |
|   | <u>4</u> |             |
|   | 2401     | radix 49    |
|   | <u>4</u> |             |

|          |
|----------|
| 13       |
| <u>2</u> |
| 36       |
| <u>2</u> |

subtr.

2 vel 18, qui per numerum Zenforum divisi, dant va-  
lorem 1 Ze, nempe 6 ped.

Proba.

|              |                           |
|--------------|---------------------------|
| NO - - - - 6 | 26                        |
| OQ - - - - 4 | BN 6                      |
| QR - - - - 6 | <u>156. ANPD</u>          |
| RP - - - - 4 | 17. KRP + scabell. + IQS. |
| NP vel BC 20 | <u>30. IQRK</u>           |

X 2

AB



|    |              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|----|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| AB | - - - - - 6  | 203 area totius Valli æqualis area Fossæ uti ponebatur, erit autem altitudo & Valli & interior Loricæ, nec non hujus crassities superior quævis 6 ped. ejusque sextuplum (nempe 36 ped.) latitudo superior Fossæ. & quia latitudo inferior Valli est 32, hæc ab illâ subtracta relinquit (ex hypothesi) marginem DE 4 ped. Denique cum angulus FEL sit semirectus adeoque æqualis ELF, erit |
| CD | - - - - - 6  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| AD | - - - - - 32 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| NP | - - - - - 20 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|    | 52           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|    | æquata 26    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

etiam EF æqualis FL, & proportionem habebit EF ad FL ut 1 ad 1; hæc autem, sicut & latitudine EH 36, & area ELMH datâ reperietur EF & FL 7 ped. & LM 22 ped. uti sequens quæstio docet.

**XCI.** In Orthographiâ integræ cujusdam circumval-  
lationis datur area Orthographica Fossæ ( id est: area Profili  
Fossæ ) 1092 ped. Latitudo superior 100 ped. proportio  
mensuræ profunditatis ad ipsam profunditatem ( *in fig: 41:*  
AE ad EC ) est ut 3 ad 4. Quæritur latitudo inferior, & pro-  
funditas Fossæ?

### Solutio per Algebram.

Ponatur AE 3 Ze, erit EC 4 Ze, & quia tota AB est 100 ped.  
erit EF 100 — 6 Ze, quæ per EC 4 Ze multiplicata dat rectan-  
gulum FC 400 Ze — 24 j, & AE 3 Ze per EC 4 Ze dat duplum  
trianguli AEC, id est, dat duo Δgula AEC & FBD 12 j, quæ  
addita priori rectangulo FC 400 Ze — 24 j faciunt 400 Ze  
— 12 j æq. area datæ 1092, adde utrinque 12 j, erunt 400 Ze  
æq. 1092 + 12 j, & subtrahe utrinque. 1092, erunt  
400 Ze — 1092 æq. 12 j.

$$\begin{array}{r} 200 \\ \square. 40000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13104 \\ \hline 26896 \end{array}$$

200

104

12

radix

36

12 pedum.

1092

2184

1092

13104

3 æq. 1 Ze, ergo AE 3 Ze erit 9 ped. & EC 4 Ze, erit

Pro-



Proba.

|                  |                     |                  |
|------------------|---------------------|------------------|
| AB - - 100 ped.  | CE 12 ped.          | EF - - : 82 ped. |
| AE + FB. 18 ped. | AE 9 ped.           | EC - - - 12 ped. |
| EF - - - 82 ped. | area. 108 EAC + FBD | FC - - 984 area  |
|                  | EAC + FBD. 108.     |                  |

uti ponebatur, Arca trapezij ABCD. 1092.

Regula.

I. Numeri proportionis AE ad EC vocentur *A* & *B* & multiplicetur latitudo Fossæ superior data per dimidium *B*, II. Productum quadra. III. Multiplica etiam *A* per *B*, IV. per productum N. III. inventum rursus multiplica aream Fossæ datam. V. Productum N. IV. subtrahe à quadrato N. II. VI. ex residuo N. V. extrahe radicem quadratam. VII. hanc radicem subtrahe ex producto N. I. & habes numerum, qui (VIII) per *A* divisus dat profunditatem fossæ EC, & divisus per *B* dat AE.

DEMONSTRATIO PETITVR EX PROCESSU ALGEBRAICO.

Operatio.

| I.          | II.    | III. | IV.             | V. & VI.    |
|-------------|--------|------|-----------------|-------------|
| AB. 100     | 200    | B 4  | 1092            | 40000       |
| B 2         | 200    | A 3  | 12              | 13104       |
| 200         | 4 0000 | 12   | 13104           | 26896   164 |
| VII.        | VIII.  |      |                 |             |
| 200 Num. I. | A 3    | 36   | 12 EC ut supra. |             |
| 164 Num. VI |        | 36   |                 |             |
| 36          |        | 0    |                 |             |



## S E C T I O. VII.

## A S T R O N O M I C A.

**C**ONSPECTIS, ope perquam Reverendi P. Henrici Scherer SOCIETATIS JESV Fautoris mei Colendissimi, diversorum Astronomorum observationibus Cometæ illius, qui ad finem ANNI 1680 & initium 1681 in viso suo firmate orbem circumambulans terrebat, occasio data est, quædam in Astronomiâ laborandi, quorum partem hîc subjungam, profuturus spero illis qui calculis Astronomicis operam navare cupiunt. Præmittuntur autem quædam Quæstiones vel potius Theoremata præliminaria, quæ necessariò erant præstruenda.

## Q U Æ S T I O

XCII. Duo vel tres quidam ex iisdem *assumptis observationis* computum seu calculum instituunt, ita tamen, ut quivis eorum diversam pro calculo methodum adhibeat: Quæritur utrum in *Inventis* possit esse differentia? Vel melius ad caput. Tycho Brahe in suis Progymnasmatibus dat inter alia triangulum Sphæricum ABC, & ponit nota AB 83 gr. 22 min. BC 80 gr. 3 min. angulum ABC 75. 37 min. fig. 42. quæritur latus CA. pro inveniendò hoc latere tertio CA, quod angulo dato ABC opponitur Tres quidam calculum instituunt, & Primus ad suam solutionem adhibet Regulam, quam præscribit P. Schottus in *Cursu suo Mathem. l. 5. Trigonometr. pract. C. 4. prop. 25.* Alter utitur solutione P. Cavallerij. Tertius denique Adrianum Vlacquium sequitur. Cum autem hi Authores singuli proponant diversum modum quæritur, num idcirco latus CA



CA inventum à Calculatore Primo possit differre ab eo quod Secundus & quod Tertius invénit? Quidam enim, dum in longitudine & latitudine Cometæ ex iisdem datis à diversis Calculatoribus inventâ dissidium plerumque aliquot non contemnendorum minutorum, imò unius subinde ac alterius gradûs cerneret, maximam hujus dissidij causam in diversos calculandi modos, quos hic aut ille Calculator usurpârit, rejecit. Sed ego ita judico. Lateribus AB, BC, & angulo ABC assumptis ut *suprà*, certum est primò, & omnium Theoricorum infallibili consensu demonstrabile, latus tertium CA consistere in indivisibili, nec latitudinem vel unius minuti primi, vel secundi, vel decimi &c. ullo modo admittere. 2. Cerrû est experientiâ, hoc nostro sæculo Trigonometriæ Sphæricæ peræquè ac rectilinea optimè consultû esse de Propositionibus, quarum ope quodlibet in triangulo *quartum ex datis tribus* possit erui, & quæ propositiones singulæ à suis Assertoribus, vel saltem ab iis Authoribus, ex quibus illas hi asserunt, sint demonstratæ, & ex Theodosii præcipuè Sphæricis æquè benè, ac Trigonometria rectilinea ex Elementis Euclidis (non Jacob-Kôbellij) deductæ: quod unicuique examinaturo manifestabitur. Hinc omnes & singulæ hæ propositiones demonstrabiles concedendæ sunt ut Veræ, ergo etiam Calculus juxta earum præcepta ritè elaboratus, erit bonus, & *quæsitum* ritè eruetur. Sicut enim in syllogismo (si is bonus sit) *Premissis veris* conclusio, quæ sequitur, necessariò evadit vera, ita etiam ex calculo (si is bonus sit) *quæsitum*, quod investigatur per Propositiones veras, necessariò prodit verum. Vnde patet idem prorsus debere ex calculo provenire per unam dictarum propositionum, quod per alteram. Non enim: sed si fieri porest, sit id quod provenit ex calculo per hanc v. g. propositionem ritè instituto, inæquale ei quod per alteram, ergo erit unum horum majus, & alterum minus: utrumque autem (per not. 2.) est verum,



potestque verè affirmari de eo quod quærebatur, ergo hoc erit simul majus & minus seipso, quod fieri nequit, ergo nec id ex quo sequitur, nempe *Illud quod provenit ex calculo juxta hanc v. g. propositionem veram ritè instituto non erit inaequale, sed æquale ei quod juxta alteram, similiter instituto calculo, reperitur.* Ergo differentia calculatorum (vel per calculum inventorum) non in diversos calculi modos, sed in ipsos Calculatores, eorumque incuriam transfundenda est, quod quia dubium hoc minimè dubium à non mediocris exercitationis ingenio movebatur, hîc erat demonstrandum. Atque ut id clarè oculis quoque subijciatur, propositum Tychonius  $\Delta$ gulum resumamus, & ex datis duobus lateribus cum angulo ab his comprehenso latus tertium seu basin, tribus iisque valde diversis modis investigemus.

Primus esto ex P. Schotti Cursu Mathem. l. 5. C. 4. prop. 25, & qui idem est cum illo, quem usurpat Joannes Faulhaber in sua Scholâ Polemicâ p. I. in exemplo suo post axioma 4tum Pitisci posito, unde colligo eum (licet P. Schottus nullam mentionem faciat) demonstrari à Pitisco. Hæc autem sunt Ipsius verba.

1. Fiat: ut Radius, ad Sinum lateris datorum minoris: ita sinus reliqui lateris, ad aliud: quod vocetur *Arcus I.*

2. Denique fiat: ut Radius, ad *arcum I*: Ita sinus versus anguli Verticalis (qui nempe datus est) ad aliud:

quod vocetur *Arcus II*, quem adde sinui

verso differentiae laterum, & fiet

sinus versus Basis

quæsitæ.





## Operatio.

|                                                             |                 |                                |          |
|-------------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------------|----------|
| Vt Radius,                                                  | ad sinum        | EC: ita sinus AB, ad Arcum. I. |          |
| 100000000.                                                  | 9849539.        | 9933057.                       | 9783653. |
|                                                             | AB. 83. 22 min. | sinus totus 10000000           |          |
|                                                             | BC. 80. 3 min.  | 3. 19 min. S. C. 9983250       |          |
| Differ.                                                     | 3. 19 min.      | sinus Versus.                  | 16750    |
| 2. ut Radius, ad Arcum I: ita sinus Vers. ABC, ad Arcum II. |                 |                                |          |
| 100000000.                                                  | 9783653.        | 7515919.                       | 7353314  |
|                                                             |                 | Differ. Sinus Versus           | 16750    |
|                                                             |                 | CA sinus Versus.               | 7370064  |
|                                                             |                 | Radius 100000000               |          |

CA sinus Compl. 2629936, qui

dat arcum 74 gr. 45. min. 8 sec. proxime, pro Basi CA quaesita.

## Modus secundus, ex Trigonom. P. Cavallerij.

1. Fiat: ut Radius, ad secantem anguli dati: ita tangens complementi cruris minoris, ad tangentem complementi arcus, qui vocetur I. hunc arcum subtrahere à crure reliquo, & habes arcum I I.

2. Multiplica secantem arcus I, per sinum complementi arcus I I. & productum rursus multiplica per sinum complementi cruris minoris. Divide hoc productum per quadratum Radij, & habes sinum complementi cruris quaesiti.

## Operatio

1. ut Rad. ad sec. ABC: ita tang. 1. BC, ad tang. C. arcus  
 100000000. 40256332. 17542373. 7062060.  
 hæc tang. compl. 7062060 dat arcum I. 54 gr. 46. 12, sec. qui  
 subtractus à crure reliquo 83. 22. 0 sec. relinquit arcum II.  
 28 gr. 35. 48. sec. ergo

2. Secans arcus I est 17335227, qui multiplicatus per  
 sinum Complementi arcus II, 8780108 facit 1522051652  
 Y 64516







de ineptum sit causam differentium subinde *Inventorum* in calculi variationem refundere, quam in Calculatoris potius incuriam reici oportuit. Sed dices mihi: cum Tu culpam omnem in frequentes Calculatorum errores transferas, unde tu habebis, quod tuum calculum pro bono ac perfecto venditare possis? Respondeo: ob causam paulò post dicendam me meum calculum pro omnino ac Mathematicè perfecto non venditare; interim tamen intra illos ipsos limites, quos in ipso vides, tamdiu pro vero, certo ac bono calculum meum vendito, ac talem esse affirmo, donec à Te contrarium probeatur, ipsèque falsitatis aut erroris demonstrativè convincatur.

2. Vides, per omnes tres modos obtineri in fine *sinus* complementi cruris quæsitum AC: & in Primo quidem esse 2629936: Ex secundo reperiri 262633: per Tertium denique prodire 2629930. Quæres, unde ergo hæc (quantulacumq;) differentia? Respondeo, plures hîc posse causas concurrere. *Prima*: Quia Tabulæ dant sinus, Tangentes, & Secantes non ad rigorem Mathematicum sed tantum Mechanicum computatos; ideò ex earum multiplici & variâ combinatione potest etiam oriri quædam, licet per exigua differentia, uti examini pateret. *Secunda* & præcipua est, quòd ex Operationis parte primâ Modi secundi & tertii, prodeat Tangens aut Secans &c. quæ etiam adhibitâ parte proportionali pro minutis secundis plerumque non dat arcum exactè computatum: uti in Modo tertio prodit ex Operationis parte primâ Tangens 21360436, hæc dat arcum 64gr 54.47 sec. proximè quidem non tamen exactè. Pro hoc autem arcu 64.54.47 sec. computatus est sinus Complementi 4239931, & hîc sinus Complementi convenit arcui 64.54.47: sec. cum verò dictus arcus non sit exactè computatus, sequitur, nec sinum complementi 4239931 fore exactè huc conducentem, & consequenter quod prodit ex falsorum cum veris combinatione, non posse



esse exactè verum, ideoque differentia cujusdam causam hinc subnasci. *Tertiam* sequens Quæstio aperiet.

**XCH I.** Quæritur, utrum in exactâ computatione sinuum, Tangentium, & Secantium tam vulgarium, quàm Logarithmicorum pro arcubus, qui præter gradus, aut minuta prima etiam secunda annexa habent, & vicissim, sufficiat uti *parte proportionali* eo modo, quem hætenus omnes Trigonometrae (quos ego quidem vidi) præscripserunt?

Nota, Modus, quo dati arcus etiam Secunda habentis, sinum, Tangentem, &c. computârunt, hic est. Accipe ex Tabulis Sinum vel Tangentem &c. Arcus proximè majoris & proximè minoris: horum duorum cape differentiam, & dic: 60 minuta secunda dant differentiam inventam, quid dant minuta secunda dato arcui adhærentia? & habes numerum addendum sinui vel Tangenti &c. arcus proximè minoris, ut habeas sinum vel Tangentem &c. pro tuo arcu cum minutis secundis petitum. Exemplum. Sic arcus 75.29.15 *sec.* & sit ejus Tangens invenienda.

Arcus proximè major in Tabb. est 75.30 *min.*

ejus Tangens - - - - - 38667131

arcus proximè minor 75.29 *min.* Tangens --- 38620782

differentia - - 46349

ergo dic 60 *sec.* dant 46349. quid 15 *sec.*?

15

231745

46349.

60 | 695235 | 11587 pars proportionalis addenda.

Arcus proximè minoris Tangens - - - - 38620782

pars proportionalis pro 15 *sec.* - - - - 11587

ergo Tangens pro arcu 75.29.15 *sec.* - - - - 38632369

Et



Et hæc secundum illos erit Tangens pro arcu dato petita. Certum autem est, hanc computandi Sinus, Tangentes &c. rationem, licet non magnum committat errorem, Demonstrationibus tamen Mathematicis minimè convenire. Procedamus enim ordine verè Mathematico. & tentemus, qualem Tangentem veram pro dato arcu 75 gr. 29. 15 sec. reperiamus.

Arcus dati complementum est 14. 30. 45 sec. ejusque quadruplo 58 gr. 3 min. nulla amplius *secunda* annectuntur: ergo hujus arcus 58. 3. min. Sinum Rectum & Complementi ex Tab. capio. est autem S. Rectus 8485102. & S. Compl. 5291790. hic S. 2. subtractus à Radio 10000000 relinquit Sinum Versum 4708210, cujus quadratum 22167241404-100 additum  $\square$ to Sinus Recti 71996955950404 facit 94164197354504 quadratum subtensæ 58 gr. 3 min. cujus quadrati pars quarta facit quadratum Sinus Recti arcus dimidij, nempe  $\square$ tum S. Recti 29 gr. 1. 30 sec. quod erit 23541049-338626. hoc subtractum à  $\square$ to Radij relinquit  $\square$ tum sinus complementi 29 gr. 1. 30 sec. scilicet 76458950661374. Radix ipsius quadrata 8744080.89 dat sinum Compl. arcus 29. 1. 30 sec. qui sinus subtractus à Radio relinquit ejusdem arcus sinum versum 1255919.11.

Rursus itaque arcus 29. 1. 30 sec. Sinus versi 1255919.11 quadratum 1577332810863.1921 additum quadrato sinus Recti suprainventi 235410493386260000 dat quadratum subtensæ 25118382149489.1921 hujusque pars quarta 6279595537372.2980 quadratum S. Recti 14 gr. 30.45 sec. quod quadratum subtractum à quadrato Radij relinquit  $\square$ tum sinus compl. nempe 93720404462627.7020. ergo ipse sinus compl. arcus 14. 30.45 sec. vel Ipse Sinus Rectus arcus 75. 29. 15 sec. erit 9680929.94. Prius autem etiam invenisti  $\square$ tum subtensæ arcus 29. 1. 30 sec. extrahe ergo Radicem  $\square$ tam, ut habeas ipsam subtensam 5011824.23: hujus  
sub-



subtensæ dimidium 2505912:12 dat S. Rectum arcus 14.30.  
45 sec. & Sinum Compl. arcus propositi 75.29.15 sec.

Denique si fiat: ut Sinus Complementi dati arcus 75.  
29.15 sec. nempe 2505912:12, ad Sinum Rectum ejusdem  
9680929.94: ita Radius, ad aliud, prodibit Tangens quæsitæ  
38632360 pro arcu proposito 75.29.15 sec. prius autem in-  
venta fuerat 38632369.

Non autem, credo, arridebit quemlibet Sinum, vel  
Tangentem &c. pro arcu habente minuta secunda, per tot  
ambages, tantòque unius vel alterius pænè horæ calculo com-  
putare. Itaque

**XCIV.** Quæritur: num sit alius modus, qui licet rigo-  
ri Mathematico non conveniat, errorem tamen omnem ad-  
vertibilem evitet?

Ne horum, utpote nimis subtilium aut nimiam anxietate  
traditorum, fastidio capiaris, monendus es imprimis, Lector  
Astronomicæ, me hoc negotium primariò propter invenien-  
dos Sinus, Tangentes &c. pro minutis secundis minimè sus-  
cepisse ( licet forsitan & hic, præsertim in studio Parallactico  
ubi res circa minuta secunda ac tertia versatur, usui esse pos-  
sit ) sed potissimum eam ob causam, quod viderim illos, qui  
alias Tabulas vel Geometricas vel Astronomicas, vel qual-  
cunque similes condiderunt, ad inveniendæ quæsitæ pro iis et-  
iam, quas tabulæ non exhibent minutiis solum illum in prin-  
cipio Quæstionis præcedentis positum modum præscripsisse,  
nullo habito respectu, num tabulæ ipsæ ex *Progrèssione Arith-  
meticâ* ( in quò solo casu dictus modus procedit ) consistent,  
vel excessu crescant inæquali. Unde prònum sæpe est erro-  
rem inde satis advertibilem incurrere, qui tamen error per se-  
quentem à me traditam methodum in omnibus tabulis ordi-  
natè inordinatis negotio non perdifficili declinabitur. Pro-

exem.



exemplo quæramus *Tangentem arcûs* 75 gr. 29. 15 sec. I. Ex *Tabulâ* itaque *Tangentium* excerpetres ad minimum *Tangentes* circa arcum propositum, quæ se continuo sequuntur, nempe *Tangentem* 75.29 min. 75.30 min. & 75.31 min. harum primam à secundâ, secundam à tertiâ &c. subtrahe, & rursus differentiarum sume differentias, quousque poteris, vel lubeat: uti vides.

| gr. 75.29 min. | 75.30 min. | 75.31 min. |
|----------------|------------|------------|
| 38620782.      | 38667131.  | 38713584   |
| differ.        | 36349.     | 46453.     |

& harum different. 104.

In hoc paradiigmate habes tres numerorum series: Infimam (104) voco *differentiam ultimam*, quæ fit ex subtractione 46349 ex 46453. Altera superior series constat progressionem Arithmeticâ, cujus differentia est 104. hanc voco *progressionem simplicem*: Fiant autem 46349, si subtrahas 38620782 ex 38667131, sicut 46453 sunt demptis 38667131 ex 38713584. Tertiam & in hoc exemplo supremam voco *progressionem duplicatam* (si adhuc aliqua esset superior, diceretur *progressio triplicata*: ita scilicet, ut nomen *multiplicitatis* varietur juxta progressionis distantiam à *differentiâ ultimâ*.) II. Subtrahe terminum primum progressionis supremæ à termino postremo ejusdem nempe 38620782 ex 38713584, remanent 92802, & totidem etiam faciunt omnes termini progressionis proximè inferioris. III. ut habeas tangentem 75.29. 15 sec. quærenda est alia *progressio ejusdem multiplicitatis*, cujus est *suprema*: hîc scilicet quærenda est *progressio duplicata*, tot terminorum quot opus esse intelliges: Si ergo pro singulis minutis secundis velis tangentes computare, tunc à 75.29 min. ad 75.31 min. inclusivè requirentur termini 121; pro binis minutis secundis, termini 61; pro ternis, termini 41, pro quaternis secundis termini 31, pro quindenis (uti in hoc exemplo



emplo) requirentur termini 9, juxta hanc Regulam. Divide 60 *sec.* per numerum minorum, pro quibus singulis cupis computare sinus vel tangentes &c. *quotum* multiplica per numerum terminorum, quos modo habes, unitate mulctatum: ad productum adde rursus unitatem, & habes numerum terminorum quæsitum. Sic in exemplo, divide 60 *sec.* per 15 *sec.* quotientem 4 multiplica per 2 (Numerus enim terminorum, quos modo habes, est 3) ad productum 8 adde 1, & proveniet numerus terminorum quæsitus. IV. Itaque quia hîc (uti supra docuimus) progressio debet esse duplicata, ideo per *quotientis* in præcepto præced. inventi *Quadratum* divide *differentiam ultimam* datam, & habebis *differentiam ultimam* progressionis illius, quam modo quæris: & nota, in progressionem *duplicatâ* debere sumi *quotientis Quadratum*; in progressionem autem *triplicatâ* sumitur *Cubus*; in *quadruplicatâ* *Zensizensus* & sic porro. V. habitâ *differentiâ ultimâ* facillè erit per Algebram *Progressionem simplicem* invenire. Sine Algebrâ autem sic: multiplica *differentiam ultimam* præcepto præced. inventam per numerum omnium terminorum — 1, & *productum* rursus multiplica per numerum omnium terminorum tot etiam unitatibus mulctatum, quod sunt in nomine multiplici-tatis Progressionis: hujus iterum *producti* partem dimidiam subtrahere ex Residuo præcepti. 2. invento: quod autem remanet divide per numerum omnium terminorum unitate mulctatum, & habebis *terminum primum progressionis simplicis*, qui additus ad *terminum primum progressionis duplicatæ* dabit *terminum secundum* ejusdem nempe in hoc exemplo *Tangentem* pro arcu 75 gr. 29 min. 15 *sec.* quæsitam.

Operatio à præcepto IV. usque ad finem.

*Quotiens* in præcepto III inventus est 4. Numerus autem *omnium terminorum* ibidem repertus est 9. ergo (per præcepti. IV)

su-



sume quotientis 4 *Quadratum* 16 per hos divisa *differentia*  
*ultima* 104 dat  $6 \frac{1}{2}$  *differentiam ultimam* progressionis quaesitae.

Deinde (per praecept. V) multiplica *differentiam* inventam  
 $6 \frac{1}{2}$  per *numerum omnium terminorum* minus 1 id est per 8, &

productum 52 rursus per 9 = 2 id est per 7, hujus producti  
 364 pars dimidia 182 subtracta ex 92802 relinquit 92620,  
 qui divisi per 9 = 1, id est per 8, dant 11577  $\frac{1}{2}$  *terminum*

*primum* scilicet *progressionis simplicis* quaesitae, qui additus ad  
 38620782 (*Tangentem* arcus 75 gr. 29 min.) facit 38632359  
 $\frac{1}{2}$  *tangentem* arcus 75.29.15 sec quaesitam. Sequitur eadem  
 doctrina in gratiam *Tabularum Mathematicarum* enuclea-  
 tius proposita.

Rem totam paulò attentius insipientes absque morâ vi-  
 debimus totum negotium pendere à *Tabularum* in duas vel  
 plures (quarum alia ex alia nascitur) *Progressiones resolutione*.

Verum hoc ipsum vix aliter eâ quam poscit claritate il-  
 lustrabimus, ac si more solis ferè Mathematicis familiari, à  
*Notionibus* aut *definitionibus* quibusdam exorâ, reliqua per *pro-*  
*positiones* expediamus.

### Definitiones.

Def. 1. Si Numerus quidam alteri cuidam Numero ali-  
 quoties additus componat aliquos: horum Compositorum  
 series alias quidem dicitur *Progressio Arithmetica*, hic autem  
 à me vocabitur *Progressio Simplex*. 2. Numerus verò ille, qui  
 additur, dicetur *differentia ultima*. Exempli gratia. Numerus 4  
 additus aliquoties ad Numerum 7 componat hanc seriem:  
 11. 15. 19. 23. 27. &c. Series ista Numerorum vocabitur *Pro-*  
*gressio simplex*, cujus *differentia ultima* erit 4.



3. Si Progressionis simplicis terminus primus (vel alius) ad alium quendam numerum addatur, Compositus autem rursus addatur ad subsequentem proximum Progressionis simplicis; & is, qui inde componitur, iterum ad subsequentem tertium, & sic porro; fiet alia series Numerorum, quam dicemus *Progressionem duplicatam*. Ex. gr. sit Numerus 6, ad quem terminus primus Progressionis simplicis, scilicet 11 additus facit 17, quibus 17 si additur terminus subsequens progressionis simplicis nempe 15, fiunt 32, his rursus additi 19 ex progressionem simplici, faciunt 51 & sic porro, uti vides.

*Progress. duplic.* 6. 17. 32. 51. 74. 101 &c.

*Progress. simplex* 11. 15. 19. 23. 27. &c.

*Different. ultima* 4. 4. 4. 4.

Series itaque horum numerorum 6, 17, 32, 51 &c. vocabitur *progressio duplicata*.

4. Haud aliter, si Progressionis duplicatae terminus primus ad alium quendam numerum addatur, & ad Compositum semper subsequens proximus progressionis duplicatae eo, quem definit: precedenti exposuimus, modo; fiet series numerorum, quae dicetur *progressio triplicata*: & sic semper una plus, quoad Progressionum constructio processerit. Nimirum: quotum quaque progressio post differentiam ultimam locum occupat *totuplicata* ipsa vocabitur: quae omnia clarius forsan ab exemplis quam verbis intelliges.

*Progress. quadruplic.* 5. 7. 15. 40. 97. 205. 387. 670 &c.

*Progress. triplicata.* 2. 8. 25. 57. 108. 182. 283. &c.

*Progress. duplicata.* 6. 17. 32. 51. 74. 101. &c.

*Progress. simplex.* 11. 15. 19. 23. 27. &c.

*Differentia ultima.* 4. 4. 4. 4.

5. Idem de Progressionibus quae non *additione* (uti supra docuimus) sed *subtractione* fiunt, esto iudicium. Verum.

6. Illa



6. Illa Progressio quæ fit additione dicitur *crescens*: quæ subtractione, *decrescens*. uti sequitur,

*Progr. tripl. crescens.* 122. 948. 1692. 2348. 2910. &c.

*Progr. duplic. decresc.* 826. 744. 656. 562. &c.

*Progr. simplex crescens.* 82. 88. 94. &c.

*Differentia ultima.* 6. 6. &c.

7. *Progressio multiplicata* vocatur, quæ non est *simplex*.

8. *Progressio suprema* est, supra quam nulla alia est: vel quæ à differentiâ ultimâ maximè distat. Sic in exemplo proximo *Progressio suprema* est illa series: 122. 958. 1692 &c.

9. *Progressio proximè inferior*, vel *proximè superior alterâ* est, quæ differentiarum ultimæ uno loco propior, vel ab eadem uno loco remotior est alterâ. Nempe *Progressio triplicata* est *proximè inferior* progressionem *quadruplicatâ*: sed *proximè superior duplicatâ*.

10. *Progressio Remissa terminis aliquot*, uno vel pluribus, *intermissis* fit, quando positâ aliquâ progressionem, unus vel plures termini inter duos semper terminos omittuntur.

11. *Progressio verò Integra* est illa, quæ ab initio ponebatur. Ex. gr. ponatur progressio triplicata definitionis 4ta, nempe 2. 8. 25. 57. 108. 182. 283: ex hac progressionem *Integrâ* fit *progressio Remissa duobus terminis intermissis* scilicet 2. 57. 283. Id est post primum terminum progressionis *integræ* 2, omittuntur duo termini secundus nempe 8 & tertius 25: quartus 57 iterum ponitur in progressionem *Remissam*. Post hunc quartum 57 omittuntur denuò totidem, id est duo termini 108, & 182: dein sequitur 283 in progressionem *Remissam* iterum ponendus. Unde comparebit illa *Progressio Remissa* sic 2. 57. 283. Ita etiam ex progressionem *Integrâ* 5. 7. 15. 40. 97. 205. 387. 670. 1085 fit *progressio Remissa uno intermisso*, scil. 5. 15. 97. 387. 1085. Vel ex eadem alia *Remissa tribus intermissis* 5. 97. 1085. & sic de cæteris. Nota: noster sermo hîc tantum erit de illis Progref-



tionibus, in quibus Primus & ultimus terminus progressionis  
Integra servantur etiam in Remissa.

### Propositio I.

*Differentia inter terminum ultimum & terminum primum,  
est equalis aggregato omnium terminorum progressionis proximè in-  
ferioris.*

Sic: si in supraposita progressionem quadruplicata termi-  
num primum 5 subtrahas ab ultimo 670, habes differentiam  
665, quæ est æqualis aggregato omnium terminorum progres-  
sionis triplicatæ proximè inferioris, nempe 2.8.25.57.108.  
182.283, qui omnes etiam faciunt 665.

*Corollarium.* Dato primo & ultimo termino in progressionem  
aliquâ, reperire aggregatum omnium terminorum progressionis  
proximè inferioris. Nempe subtrahere terminum primum ab  
ultimo vel vicissim, & habebis petatum.

### Propositio II.

*Quævis progressio superior tot terminis superat inferiorem,  
quot gradibus illa ab hac distat.* Sic: Progressio quadruplicata  
terminis duobus superat progressionem duplicatam, quia duo-  
bus gradibus ab eadem distat. Progressio sextuplicata quinque  
terminis superat progressionem simplicem, quia quinque gradi-  
bus illa ab hac recedit.

*Coroll.* Dato numero terminorum progressionis superioris, re-  
perire numerum terminorum progressionis inferioris, & vicissim.  
Subtrahere scil. numerum multiplicatis progressionis inferioris  
à numero multiplicatis progressionis superioris & indicabit  
residuum, quot terminis progressio superior excedat inferiorem.

### Prop. III.

*Dato numero terminorum in progressionem remissa & dato nu-  
mero intermissorum, reperire numerum terminorum progressionis  
Integra.*

Regu-



Regula. I. Numerus terminorum progressionis remissæ minus 1, multiplicetur per numerum intermissorum. II. Productum addatur ad numerum terminorum, & habes numerum terminorum progressionis Integræ quæsitum. *Exemplum* sint in progressionem Remissâ termini tres; termini autem intermissi sint duo: quæritur numerus terminorum progressionis Integræ. *Primo* ergo numerus terminorum datus — 1, nempe 2 multiplicetur per numerum intermissorum. 2. *Secundo* productum 4 addatur ad numerum terminorum 3, & habes 7, numerum terminorum progressionis Integræ. Sic etiam, si numerus terminorum progressionis Remissæ sit 5, numerus autem intermissorum sit 1, erunt in progressionem Integrâ termini 9. *Vel* sit numerus terminorum 3, numerus intermissorum 3, erit 9 numerus terminorum progressionis Integræ.

## Prop. IV.

*Datâ multiplicitate, differentia ultimâ, & numero intermissorum in progressionem Remissâ: reperire differentiam ultimam progressionis Integræ.*

Regula. I. ad numerum intermissorum adde 1. II. Aggregati *Figuratum* sume correspondentem *multiplicitati* progressionis (id est: in progressionem duplicatâ, sumitur Zensus seu Quadratus in triplicatâ Cubus; in quadruplicatâ Zensizensus seu quadratus quadrati &c.) III. per hunc *Figuratum* divide differentiam ultimam datam, & habebis in quoto differentiam ultimam progressionis Integræ quæsitam. *Exemplum* sit progressio quadruplicata Remissâ tribus intermissis, cujus differentia ultima 1024, quæritur differentia ultima progressionis Integræ. *Primo* numerus intermissorum 3 auctus unitate facit 4. *Secundo* quia progressio est quadruplicata, ideò sumendus est Zensizensus ipsorum 4, nempe 256. *Tertio* per hunc Zensizensum 256 divisa differentia ultima 1024 dat 4 pro diffe-



differentiâ ultima progressionis Integræ quæsitâ. Item sit progressio quadruplicata remissa uno intermisso, cujus differentia ultima 64: erit differentia ultima Integræ 4. haud aliter si progressionis cujusdam triplicatæ Remissæ duobus intermissis differentia ultima sit 162, provenient, secundum datam regulam, 6 pro differentiâ ultimâ progressionis Integræ.

### Prop. V.

*Sit progressio triplicata Remissa duobus intermissis, habens terminos 4, uti sequitur: oportet reperire progressionem Integræ,*

*2. 57. 283. 788 vel saltem terminos primos progressionum*

*55. 226. 505. Integrarum duplicata & simplicis.*

*171. 279.*

*108.*

### Solutio per Algebram.

Primò per prop. 4 quære differentiam ultimam progressionis Integræ: sic: numerus intermissorum est 2, addatur 1, fiunt 3, cujus Cubus (quia progressio est triplicata) est 27, per quem differentia ultima 108 divisa dat 4 pro differentiâ ultimâ progressionis Integræ quæsitâ. Secundò habita hac differentia ultima quæruntur termini primi progressionû Integrarum. Pone ergo pro primo termino progressionis simplicis 1 Ze: ergo addita differentia ultima secundus fiet 1 Ze + 4: tertius 1 Ze + 8: quartus 1 Ze + 12: quintus 1 Ze + 16: sextus 1 Ze + 20: septimus 1 Ze + 24: octavus 1 Ze + 28 qui & ultimus est, nam (per prop. 3) erunt in progressionem Integræ triplicata termini 10, ergo in simplici octo, & in duplicata novem (per prop. 2.)

Tertiò ponatur pro progressionis duplicatæ termino primo 1 A, ergo erit secundus (addito scil. termino primo progressionis simplicis. uti def. 3 docuimus) 1 A + 1 Ze, & tertius 1 A + 2 Ze + 4, & reliqui sequentes uti vides.



Terminus primus :  $A + 0 Z + 0$

$$2 - - 1 A + 1 Z + 0$$

$$3 - - 1 A + 2 Z + 4$$

$$4 - - 1 A + 3 Z + 12$$

$$5 - - 1 A + 4 Z + 24$$

$$6 - - 1 A + 5 Z + 40$$

$$7 - - 1 A + 6 Z + 60$$

$$8 - - 1 A + 7 Z + 84$$

$$9 - - 1 A + 8 Z + 112$$

Summa terminorum -  $9 A + 36 Z + 336$ . hæc summa æquatur differentiæ inter terminum ultimum & primum progressionis suprà exhibitæ (per prop. 1.) id est  $788 - 2$ , nempe 786. hîc obiter adverte: quomodo columna ultima numerorum suprapositorum, nempe 4. 12. 24. 40. 60. 84 &c. etiam producat, si differentia ultima continuò per numeros Trigonaes multiplicetur. Nam primò differentia ultima 4 multiplicata per 1 seu primum numerum trigonalem, facit 4. secundo eadem differentia 4 per 3 secundum numerum trigonalem multiplicata facit 12. per 6 tertium trigonalem 24. per 10 quartum  $\Delta$ gonalem facit 40. per 15 sextum  $\Delta$ gonalem facit 60. per 21 sextum  $\Delta$ gonalem facit 84: & sic porro.) Rursus subtrahe etiam terminum primum 2 progressionis Remissæ à quocunque subsequente, v.g. à secundo subsequente 57, remanent 55. hic terminus 55 in progressionem Integræ locum obtinebit quartum, ergo tres primi termini progressionis duplicatæ Integræ facient 55: faciunt autem illi tres termini (uti suprà vides)  $3 A + 3 Z + 4$ , ergo  $55 \propto 3 A + 3 Z + 4$ . Jam itaque duas habes questiones  $9 A + 36 Z + 336 \propto 786$ . Et  $3 A + 3 Z + 4 \propto 55$ .

Vel  $9 A + 39 Z \propto 450$

Et  $3 A + 3 Z \propto 51$ . Si ergo æqualibus  $9 A + 36 Z$  &



450 addas æqualia 51 & 3 A + 3 Ze, fient 9 A + 36 Ze + 51 æq. 3 A + 3 Ze + 450. Subtrahe ergo utrinque 3 A + 3 Ze, erunt 6 A + 33 Ze + 51 æq. 450. Subtrahe rursus utrinque 51 + 33 Ze, fient 6 A æq. 399 - 33 Ze. Iam dic: 6 A æquantur 399 - 33 Ze, quibus æquabuntur 9 A ? facit 598  $\frac{1}{2}$  - 49

$\frac{1}{2}$  Ze æq. 9 A: ergo in supradicta prima æquatione, loco 9 A ponantur 598  $\frac{1}{2}$  - 49  $\frac{1}{2}$  Ze, & stabit æquatio sic 598  $\frac{1}{2}$  - 49  $\frac{1}{2}$  Ze + 36 Ze: id est: 598  $\frac{1}{2}$  - 13  $\frac{1}{2}$  Ze æq. 450.

Adde ergo utrinque 13  $\frac{1}{2}$  Ze, fient 598  $\frac{1}{2}$  æq. 450 + 13  $\frac{1}{2}$  Ze. Subtrahe utrinque 450, & erunt 148  $\frac{1}{2}$  æq. 13  $\frac{1}{2}$  Ze.

facit 1 Ze æqualem 11, ergo primus terminus progressionis simplicis, pro quo ponebatur 1 Ze, erit 11, secundus 11 + 4 id est 15: tertius 19 &c. Deinde pro termino primo progressionis duplicatæ posuimus 1 A. Dic itaque 6 A æquantur (uti supra vidimus) 399 - 33 Ze, vel 36 (quia 33 Ze faciunt 363, qui subtracti a 399, relinquunt illos 36) quibus æquabuntur 1 A ? facit 6, ergo terminus primus progressionis duplicatæ pro quo ponebatur 1 A, erit 6. His inventis facile erit reliquos progressionum terminos complere, ita ut ex propolita progressionem Remissa proveniat hæc Integra.

|     |     |     |     |      |      |      |      |      |      |
|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|
| 2.  | 8.  | 25. | 57. | 108. | 182. | 283. | 415. | 582. | 788. |
| 6   | 17. | 32. | 51. | 74.  | 101. | 132. | 167. | 206. |      |
| 11. | 15. | 19. | 23. | 27.  | 31.  | 35.  | 39.  |      |      |
| 4.  | 4.  | 4.  | 4.  | 4.   | 4.   | 4.   | 4.   |      |      |

## Prop. VI.

Doctrinæ istius usum exponere, ejusque beneficio Tabulas quasunque ordinatè inordinatas, prois etiam minus quas ipse Tabula non exhibent, complere.

Jam



Jam diu mecum disputo, quid de hocce, quod nunc terimus, negotio sufficienti claritate loquar; & tamen nunquam adhuc id assecutus, ut mihi nec ipsi plenè satisfacere potuerim, vehementer, ne multò minùs omnibus aliis satisfaciam, vereor. Id solum ergo superest, ut secundiori aliorum fortunæ confusus ab iis sperem, quod ipse non potui: si nempe unus saltem aut alter mentem meam super hac Doctrina perceperit, fore ut benefaciendi studio percitus manum suam operi ipse admoveat, & quæ à me fortasse antetempus abrupta, aut minùs politè & clarè dicta sunt, compleat, elaboret, atque illustret. Quæ verò mens mea sit, per exemplum conabor declarare.

Sumamus pro exemplo Tabulas Sinuum: de his itaque (& eodem planè modo de omnibus aliis Tabulis ordinatè inordinatis quibuscunque) ita sentio, quòd series continua Sinuum, singulis nempe minutis primis correspondentium constituent *Progressionem* aliquam *supremam* similem iis, quas suprà descripsimus & pluries vidimus. Si rem nondum satis percipis, aut mihi assentiri dubitas, aperi oculos, & adjunctas resolutiones Tabularum Sinuum inspice N. I. Vides ibi, quatuor primos Sinus, quos Tabulæ ordinariæ exhibent, constituere *Progressionem supremam*, quæ & *simplex* est, quia *differentiam ultimam* immediatè infra se habet. Experiamur & alios Sinus. (inspice alteram resolutionem N. II propositam.) Hic iterum vides, quatuor illos Sinus, qui respondent *grad. 74 min. 40: min. 41: min. 42: & min. 43*, quos fortuitò in exemplum produxi, facere *progressionem supremam*, quæ quia à *differentia ultima* duobus intervallis distat, *duplicata* est. Similem prorsus conditionem in reliqua Sinuum, eandemque in Tangentium Secantium, nec non Logarithmorum serie comperies. Verbi gratia inspice (N. III.) Logarithmos Tangentium *75 gr. 28 min. & 75 gr. 29 min. & 75 gr. 30 min. &c.* Si istorum Logarithmorum ex tabb. excerptorum resolutio ita insti-



tuta sit (uti etiam hæc tanta resolutio sufficit, quidquid de-  
 mum exinde quæras) habebis ex ipsis *progressionem supremam*  
*triplicatam*, *differentia* verò *ultima* erit 3. Interim hæc exem-  
 pla ex Tabb. Sinuum &c. & Logarithmorum sufficiant, ubi  
 monitus sis, si instituas resolutionem quatuor, 5, 6, aut 10 &c,  
 terminorum in Tabulis continuò se sequentium, & in ipsa re-  
 solutione deprehendas *progressionem* sive *duplicatam*, sive  
*simplicem* sive *aliam*, modò crescere modò decrescere, tunc  
 certò tibi persuadeas, terminos illos, quos ex tabulis primò de-  
 sumpsisti, non esse ritè (saltem ad rigorem Mathematicum)  
 computatos, licet in Tabb. Sinuum &c. error unitatem inte-  
 gram fortè nunquam, immò dimidiam unitatis partem ple-  
 rumque non excedat. Forſan ex ſubſequentibus id manife-  
 ſtiùs fiet, nam quod modò dixi, non ad ſolas Sinuum &c. ta-  
 bulas, ſed ad alias quoque extenditur.

Pro exemplo aliarum Tabularum ſerviat nobis *Tabula*  
*Declinationum Solis*, quæ Patri Ricciolo in *Astronomia ſua*  
*Reformata* eſt vigesima ſexta, & ibidem *inter Tabulas Noval-*  
*mageſticas* pag. 19 habetur. (hanc ideò pro exemplo adhibeo,  
 quia calculus ipſius ſimplex eſt ac valde facilis) & examinèus  
 ac reſolvamus Declinationes correfpondentes v. g. ſex primis  
 Cancrì, aut Capricorni gradibus, quæ ibidem in gradibus,  
 minutis primis & ſecundis ſunt, uti ſequitur. (vide N. IV.)  
 In qua reſolutione vides, differentias ipſarum Declinationum  
 ex citata Tabula excerptarum conſtituere *Progressionem* ta-  
 lem, quæ modò, creſcat modò decreſcat; nempe à termino  
 primo ad tertium incluſivè creſcit, à tertio ad quartum decre-  
 ſcit, dein à quarto ad quintum ruruſus creſcit. Vbi itaque ſi-  
 mile quidpiam obſervas, certum tibi ſit, terminos illos ex Ta-  
 bulis excerptos non exactè fuiſſe computatos. Si id in propo-  
 ſita Declinationum tabula placeat experiri, calculo Aſtrono-  
 mico opus eſt, quo ſcilicet *data Declinatione maxima Solis* (quæ  
 à P Ric-



à P. Ricciolo ponitur 23 gr. 30 min. 20 sec.) dataque distantia Solis à proximo *Æquinoctio* reperiatur ejus *Declinatio*, quod fiet si dicas: ut *sinus totus* ad *sinum distantie Solis à proximo Æquinoctio*, ita *sinus Declinationis maxime* ad *sinum Declinationis quæsitæ*. Quando itaque ☉ ab *æquinoctio* distat 90 gradibus, tunc *declinabit* 23 gr. 30 min. 20 sec. sed si ab eodem *æquinoctio* distet 89 gr, videamus, quam tunc habeat *declinationem*, idque per *Logarithmos*.

| <i>Sinus totus.</i> | <i>Sinus 23. 30. 20 sec.</i> | <i>Sinus 89 grad.</i> |
|---------------------|------------------------------|-----------------------|
| 10.00000000.        | 9.6007965.                   | 9.9999338             |
|                     | 9.9999338                    |                       |
|                     | <hr/> 19.6007303             |                       |
|                     | 10.0000000                   |                       |

*Sinus Declinationis* 9.6007303, qui dat 23.30.6 sec. hic ergo terminus in tabb. ritè se habet; jam ad proximum, si nempe ☉ distet ab *æquinoctio* gradibus 88.

23.30.20 sec. sinus 9.6007965

88 grad. sinus - 9.9997353

*Declinat. sinus* - 9.6005318, qui dat 23.29.25 sec. In tabulis habentur 23.29.4 sec. ergo deficiunt à verò 21 secunda. Tertiò in distantia Solis ab *æquinoctio* graduum 87

23.30.20. sec. sinus 9.6007965

87 grad. sinus - 9.9994044

*Declinat. sinus* - 9.6002009, qui dat 23.28.17 sec. sed non 23.27.39 sec. uti Tabulæ, ergo istæ declinant à vero 38 secundis. Eodem modo reperies Solem distantem grad. 86 ab *æquinoctio*, declinare 23.26.42 sec. tabulæ dant 40 sec. & distantem grad. 85, declinare 23.24.39 sec. uti tabulæ quoque habent. Nunc inspicere resolutionem harum *declinationum* à nobis jam correctarum (Num. V.)

Ecce, quam *Progressionem* fiant *ordinationes*, si calculus



Tabularum accuratus sit: & num sit accuratus, quam pulchrè prodat isthæc tabularum resolutio! Sed tempus est, ut usum nostræ Doctrinæ cœpto itinere prosequi pergamus, quod iterum planissimum fore spero, si exemplis agamus. Sit itaque propositum v.g. gradûs 3.20 min ☉, live (quod eodem recidit) Solis distantis à proximo æquinoctio *grad. 86.40 min.* declinationem quærere ex tabulis correctis. Declinationes graduum proximè minoris & proximè majoris, nempe *grad. 3 & 4* sunt *23.28.17 sec.* & *23.26.42 sec.* harum differentia *95 sec.* qui ergo contenti sunt inventione partis proportionalis, sic dicunt: differentia inter 3 & 4 *grad.* quæ est *60 min.* dat differentiam *95 sec.* quid 20 min. quæ adhærent gradui 3? facit *32 sec.* quæ subtracta à declinatione gradûs 3, nempe à *23.28.17 sec.* relinquunt declinationem *23.27.45 sec.* quæ sitam pro 3 gr. 20 min. Hic communis, hætenúsque usitatus est modus. Jam experiamur, quid nostra Doctrina præstet, sequentem in modum.

I. Ex Tabulâ cape aliquot terminos circa illum, quem desideras, existentes, & nota, quò plures capies terminos, eò exactiùs operaberis: nobis hîc tres sufficient, qui sint circa datum gradum 3.20 min. nempe declinationes v.g. *grad. 2.3. & 4 ☉.* hos terminos juxta ordinem colloca sic: *23.29.25 sec.* *23.28.17 sec.* *23.26.42 sec.* & deinde ipsorum resolutionem aggredere: nempe subtrahere minorem à proximè majori, & habebis differentias, quas infra quidem sed tamen inter ipsos pone uti vides.

Declinat. *23.29.25 sec.* *23.28.17 sec.* *23.26.42 sec.*  
differentiæ - - - *68 sec.* *95 sec.*

Differentiarum inventarum rursus subtrahendo sume differentias, & hoc quousque potes, atque opus est: Itaque in nostro exemplo differentia inter *68 sec.* & *95 sec.* est *27 sec.* quam iterum infra & inter *68 ac 95 sec.* scribe: sic ergo termini ex tabb. desumpti stabunt resoluti.



C ex tab. 23.29.25 sec. 23.28.17 sec. 23.26.42 sec. progr. dupl.  
 B differentia. 68 sec. 95 sec. progress. simplex.  
 A & differ. differentia - 27 sec. differentia ultima.

Vnde vides, tres te habere numerorum series A, B, C: infima A est *differentia ultima*: B superior hanc est *progressio simplex*: & tertia C atque hic suprema *duplicata est progressio*, ex qua nunc oportet aliam *progressionem* ejusdem multiplicatis, nempe *duplicatam* invenire, quæ contineat Declinationem correspondentem dato gradui  $3;20 \text{ min.}$  vel  $3 \frac{1}{3} \text{ gr.}$

II. ergo dic: Series C est *progressio duplicata Remissa duobus terminis intermissis* ( quia datus graduum numerus  $3 \frac{1}{3}$  annexas habet *partes tertias*: tot enim *intermissi* erunt *termini*, quot denominator fractionis factâ reductione unitates habet, minus uno. Si itaque pro singulis partibus *dimidiis* unius gradus, id est pro singulis  $30 \text{ min.}$  sit complenda Progressio, intermissus erit terminus *unus*. si verò pro singulis partibus *tertiis* id est pro singulis  $20 \text{ min.}$  intermissi erunt *duo*: si pro singulis partibus *quartis*: id est pro singulis  $15 \text{ min.}$  intermissi erunt *tres* &c. si pro singulis denique minutis primis, tunc intermissi erunt  $59$  &c.) Cùm verò hæc Progressio C duplicata duobus intermissis, habeat *tres terminos*, habebit ipsius *Integra*, quam quærimus, terminos *septem* ( per prop. 3. )

III. *Differentiam ultimam Integra* dabit propositio 4. Numerus enim Intermissorum auctus unitate, est 3, per cujus *quadratum* ( quia progressio est *duplicata* ) nempe 9 divisa differentia ultima 27 progressionis Remissæ, exhibebit 3 pro differentia ultimâ progressionis Integræ quæsitâ.

IV. In progressionem supremâ C, subtrahe terminos extremos ab invicem, minorem 23.26.42 *sec.* à majori 23.29.25 *sec.* residuum 2.43 *sec.* vel 163 *sec.* indicat summam omnium  
 ter-



terminorum *Progressionis proximè inferioris*, & hîc *simplicis* per prop. I.

V. Nunc in *progressione simplici Integrâ* datur numerus terminorum 6 (per prop. 2) & summa omnium terminorum 163, unâ cum differentiâ 3, quæruntur singuli termini? Algebraicè sic reperies: pone pro primo  $1Ze$ , erit  $1Ze + 0$  secundus  $1Ze + 3$ , tertius  $1Ze + 6$ , quartus  $1Ze + 9$  &c. & summa omnium sex terminorum erit  $6Ze + 45$ , cui æquabitur summa data 163: subtrahere ergo utrinque 45, erunt  $6Ze$  æq. 118, divide utrinque per 6, erit

$1Ze$  æq.  $19\frac{2}{3}$ , ergo primus terminus *progressionis simplicis* erit  $19\frac{2}{3}$  sec. alter  $1Ze + 3$  id est  $22\frac{2}{3}$  sec. tertius  $25\frac{2}{3}$  sec. quartus  $28\frac{2}{3}$  sec. quintus  $31\frac{2}{3}$  sec. sextus  $34\frac{2}{3}$  sec. qui om-

nes additi constituunt 163 sec. uti petebatur. Sine Algebrâ verò istos *Progressionis simplicis* terminos reperire jam suprà sub initium hujus *Quæstionis*, præcepto V. doctus es. Jam tandem vide (N. VI.) quales ex his *Progressiones* resultaverint.

Habes itaque *Declinationes* pro singulis minutis vicenis à gradu 2 usque ad gradum 4  $\text{S}$  inclusive, & inter has etiam *Declinationem* pro gradu  $3:20 \text{ min.}$  quæsitam, quæ est  $23 \text{ gr. } 27 \text{ min. } 48 \text{ sec.}$  omittâ  $\frac{1}{3} \text{ sec.}$  Sed jam examinemus, utrum

isthæc *declinatio* inventa congruat illi, quam calculus *Astronomicus* exhibebit, juxta Analogiam jam suprà usurpatam. Est autem sole existente in  $3 \text{ gr. } 20 \text{ min. S}$  ipsius distantia à proximo *Æquinoctio*  $86 \text{ gr. } 40 \text{ min.}$

Itaque  $23:30:20 \text{ sec.}$  sinus 96007965

$86:40 \text{ min.}$  sinus 9992646



Declinationis quæf. sinus - - 9.6000611 qui dat 23 gr. 27 min. 48 sec. haud secus ac per nostram Doctrinam etiam prodit: modus autem vulgaris (uti supra vidimus) tantum dat 23:27:45 sec. deficientibus à vero 3 secundis.

Haud dissimili ratione in aliis quoque Tabb. Mathematicis procedendum. Vidisti ergo (credo) Tabulas Astronomicas (sicut & alias) non tantum examinare licet Astronomus non sis, verum etiam pro iis quas ipsæ non exhibent minutiis complere possibile esse. Quod, ut promissis meis stare, erat demonstrandum atque faciendum, Nunc itaque manum ab hac tabulâ aufero, Observationibusque Cometæ admoveere incipio.

XCV. Die 27 Decembris *Stylo novo* Anni 1680 dicitur observatus esse Cometa distans à stellâ *Lyrae Lucidâ* nuncupata gr. 46.28 min. & à Lucidâ Aquilæ 14.32 min. Quæsitus inde est locus, nempe Longitudo & Latitudo Cometæ?

Nota, ne calculum sæpius mutare oporteat, magnam Dominos Observatores suis Calculatoribus gratiam esse præstituros, si similibus relationibus de observatâ Cometæ distantia à duabus Fixis addant, num Cometa singulis illis Fixis Borealior, an Australior: vel utrum Orientalior an Occidentalior apparuerit. hoc enim scire quod sit necessarium, demonstro in fig. 43. Sint duæ Stellæ fixæ A & L, quarum distantia à Cometa sint observatæ: statim in hac figurâ apparet, Cometam, servatis iisdem prorsus distantis à stellis A & L, posse esse tam in P, quàm in C, quia nempe AP est æqualis ipsi AC, & LP ipsi LC, ergo ad hoc, ut sciatur utrum Cometa sit Polo F, vel Zodiaco  $\vee \text{♌}$  vicinior, talis Relatio non sufficit, sed insuper addendum est, num Cometa fuerit Fixis A & L Borealior an Australior: aliquando autem: num iis Orientalior, an Occidentalior. Si verò tædeat paucula ista requisita vocabula Relationibus Observationum addere, ego labore hoc me



onerabo, monstrabóque viam, quâ idiptum in quibusdam casibus proprio Marte possis attingere.

Itaque in casu proposito investigabimus per fig. 44 (in quâ P est polus Zodiaci: L *Lucida Lyra*: ejus complementum Latitudinis LP. & A *Aquila Lucida*, ejusque complementum Latitudinis AP) num Cometa fuerit intra duos arcus PA, & PL productos, an extra, id est, utrum habuerit majorem longitudinem quam Lyra, an minorem. Ponamus Cometam habere eandem longitudinem cum Lyra, id est, Cometam esse in ipso arcu PLC in puncto C, & ducatur CA. Deinde in triangulo Sphærico APC, ex datis duobus lateribus PA (complemento latitudinis Aquilæ, ex Tab. Astronomiæ Reformatæ P. Riccioli 60. 39 min.) & PC (quod latus componitur ex PL complemento latitudinis Lyrae 28. 13 min. & distantia Cometæ à Lyra 46. 28 min. eritque PC 74. 41 min.) unâ cum angulo interiacente APC (qui est differentia longitudinum Aquilæ & Lyrae 16. 24 min.) quæramus latus tertium seu arcum AC; hic si major est quàm distantia ab Aquila observata 14. 32 min. erit Cometa intra duos illos arcus: si minor, extra, uti figuram consideranti patebit.

### Solutio per Logarithmos.

Juxta prop. 9. C. 5. *Vlaquiij* quæ sic se habet. Ducatur perpendiculum CD ex C in latus PA productum. Deinde fiat, *Ut sinus totus, ad sinum complementi CPA: sic Tangens PC, ad Tangentem PD.* Invento PD, cognoscitur DA. Secundo *ut sinus complementi PD, ad sinum compl. AD: ita sinus compl. PC, ad sinum compl. AC*

CPA



CPA SC 9 98196

PC. T. 10.56244

PD. T. 10.34440 -- 74.4 m. PD

80.39 m. PA

13.25 m. DA

AD. SC 9.98798

PC. SC 942186

19.40984

PD. SC. 9.43857

AC. SC. 9.9712 - - -

(20 gr. 37 m. 7

quia autem hic arcus major est distantia Cometæ ab Aquila 14.32 min. colligitur, Cometam non extra sed intra duos arcus PA, PL productos fuisse, uti habetur in fig. 45, in qua reliqua omnia manent sicut in fig. præcedenti 44.

Primo in  $\triangle$ gulo PAL ex datis tribus lateribus, quæritur angulus PAL, per methodum ultimam traditam à Vlacq. in prop. 6. C. 5. quæ sic habet: *Addantur tria latera, & ex semisse summae eorum auferatur utrumque latus angulum quæsitum comprehendens, ut habeantur eorum differentia: deinde adde complementa Arithmetica Logarithmorum Sinuum (vel Logarithmos Secantium complementi, deletâ primâ ad lævam figurâ) laterum angulum quæsitum comprehendentium, Logarithmis Sinuum differentiarum inventarum, semissis summae erit Logarithmus sinus semissis anguli quæsit.* Vide exemplum.

PL. 28. 13. -- sec.

AP. 60. 39. 20 sec. - - 0.0596382 } Compl. Arithm.

AL. 34. 9 - - - 0.2507575 }

123. 1. 20.

61. 30. 40.

AP diff. -- 51. 20. - - 8.1740912 }

AL diff. 27. 21. 40 - 9.8623771 } Sinus

18.1468640 aggregatum.

Sinus. 6. 48. 3 sec. + 9.0734320 semissis.

PAL. 13. 36. 7 sec.



*Secundo* in  $\Delta$ gulo LAC quæritur LAC angulus, qui eodem modo ex datis tribus lateribus reperitur  $142.52.17 \text{ sec.}$  Huic additus PAL  $13.36.7 \text{ sec.}$  facit CAP  $156.28.24 \text{ sec.}$  ejusque supplementum  $23.31.36 \text{ sec.}$

*Tertio* in  $\Delta$ gulo PAC ex datis duobus lateribus PA, AC, cum angulo interiacente PAC, quæritur latus PC, atque *per prop. 9. supracit. C. 5 Vlacq.* invenitur  $15.53 \frac{1}{2} \text{ min.}$  pro Latitudine Cometæ.

*Quarto* in eodem  $\Delta$ gulo quæritur APC, *per prop. 5. C. 5.* si dicas: Vt sinus lateris PC, ad sinum anguli PAC: ita sinus lateris AC, ad sinum anguli APC; prodibitque, operatione facta, hic angulus  $5,58 \frac{1}{2} \text{ m.}$  qui subtractus à Longitudine

Aquilæ  $\mathcal{Z} 27.15 \frac{1}{2} \text{ min.}$  relinquit Longitudinem Cometæ quæsitam  $\mathcal{Z} 21.17 \text{ min.}$

Nota i litera D in præcedentibus & sequentibus significat punctum illud, in quo ductus arcus perpendicularis occurrit basi.

2. Litera S. significat Sinum: SC Sinum complementi, T Tangentem: & TC Tangentem complementi &c.

3. Calculus non semper disponitur hîc in eum ordinem, quem præscribit Regula Detri, sed brevitati studetur, totque numeri quot compendij causâ omitti possunt, negliguntur.

4. Calculus autem ipse secundum propositiones Adriani Vlacquij, Tabulis suis Sinuum, Tangentium &c. & Logarithmorum præpositas absolvitur.

5. Regulæ pro hujusmodi resolutionibus Astronomicis ideò omittuntur, quia facilior, magisque captui idonea mihi videtur Resolutio juxta figuras Astronomicas facta, quàm ex Regulis petita; & puto eum, qui similes figuras non capit, multò minùs capturum Regulas.



Ex hoc calculandi modo, & relatis Observationibus, quas idem Author habuerat, sequentia concludebantur.

*Die 28 Decembris* observabatur Distantia Cometæ à Lucida Aquilæ 12 gr. 35 min. à lucida Lyræ 45 gr. 15 min. hinc per calculum prodiit Cometæ longitudo  $\approx 23.7 m.$  & Latitudo Borealis  $17.20 \frac{1}{2} min.$

*Die 29 Decemb.* Distantia Cometæ à Lucida Lyræ 44.52 m. à Lucida Aquilæ 10.49 m. Hinc ipsius longitudo  $\approx 28 gr. 0$  Latitudo 18.34 min.

*Die 30 Decemb.* Distantia Cometæ ab Aquila 9.24 m. A Rictu Pegasi 24.39 m. A Lyræ 43.26 m. Hinc ducto calculo à distantia Cometæ ab Aquila & Rictu Pegasi, Cometæ Longitudo  $\approx 1.14 m.$  Latitudo 19.25 m. Sed ex Distantiâ ab Aquila & Lyræ prodiit Longitudo  $\approx 1.4 m.$  Latitudo 20.40 m. Ecce quomodo vitium observationis seipsum prodat.

*Die 1 Januarij Anno 1681.* Distantia Cometæ à Lyræ 4231 m. à Rictu Pegasi 15.40 m. Hinc ipsius Longit.  $\approx 10.24 m.$  Latit. 24.20 m.

*Die 2 Januarij.* Distantia Cometæ à Lyræ 43.55 m. ab Aquila 15.44 m. à Rictu Pegasi 13.16 m. à Lucida Cygni, vel Vropygio 37.25 m. Hinc ex distantia Cometæ à Rictu Pegasi & Aquilâ, ipsius Longit.  $\approx 13.7.48 sec.$  Latit. 22.38.8 sec. Ex distantia à Lyræ & Vropygio, Longit.  $\approx 14.44. — sec.$  Latit. 24.18.4 sec.

Placet, ipsum utrumque calculum paulò clariùs oculis subiicere: deductis priùs Longitudinibus, Latitudinibus, & distantis harum Fixarum ex Tabulis Astronomiæ Reformatæ P. Riccioli. Ex Tabulâ ergo 98 habetur ad Annum CHRISTI 1680 completum, Lyræ Longitudo  $\approx 10.49.34 sec.$  Latitudo Boreal. 61.47 — sec. Aquilæ Longitudo  $\approx 27.15.24 sec.$  Latit. Bor. 29.20.40 sec. Rictus vel Oris Pegasi Longit.  $\approx 27.$



14 *sec.* Latit. B. 22,6.20 *sec.* Vropygij, seu Lucidæ in caudâ Cygni Longit.  $\times$  O. 58.19 *sec.* Latitudo B. 59.57.20 *sec.* Et ex Tabulâ magnâ distantiarum, quæ habetur L. 4. C. 8, incipitque fol. 219. est distantia Aquilæ & Rictus Pegasi 28.3.40 *sec.* Lyrae & Vropygij 23.52.50 *sec.* ergo in *fig.* 46, primò in  $\Delta$ gulo POA invenitur (juxta ea, quæ suprâ in hac Quæst. diximus) angulus POA 68.44.50 *sec.* Nota circa figuram: P est Polus Eclipticæ: L Lyra: V Vropygium: A Aquila: C Cometa: O Os seu Rictus Pegasi: Recta  $\simeq$  V Æquator: semicirculus  $\simeq$  Z V, medietas Eclipticæ: Recta transiens per P Z, Colurus solstitiorum &c.

2. Ut calculus iste foret exactior, non oblitus fui minuta secunda usquequaque adhibere.

*Secundo:* in  $\Delta$ gulo AOC eodem modo reperitur angulus AOC 16.14,6 *sec.* qui additus ad ang. POA 68.44.50 *sec.* facit ang. POC 84.58.56 *sec.*

*Tertiò.* In  $\Delta$ gulo POC ex datis duobus lateribus CO, OP, unâ cum angulo interiacente POC, invenitur latus tertium CP 67.21.52 *sec.* cujus complementum est ipsa latitudo Cometæ 22.38.8 *sec.*

*Quarto:* in eodem  $\Delta$ gulo POC, si dicas, ut Sinus Lateris CP, ad sinum anguli oppositi COP, ita Sinus Lateris CO, ad sinum anguli CPO: habebis CPO 14.20.26 *sec.* qui angulus subtractus à Longitudine Rictus Pegasi  $\approx$  27.28.14 *sec.* relinquit Longitudinem ipsius Cometæ  $\approx$  13.7.48 *sec.*

2. Quæritur idem locus Cometæ ex distantia à Lyrâ & Vropygio. *Primò* in  $\Delta$ gulo PLV ex datis tribus lateribus angulus PLV reperitur 71.45.40 *sec.*

*Secundo:* eodem modo in  $\Delta$  CLV prodibit angulus CLV 61.8.3 *sec.* qui cum PLV facit angulum PLC 132.53.43 *sec.* ejus supplem. est 47.6.17 *sec.*

*Tertiò.* in  $\Delta$ gulo PLC ex datis PL, LC & PLC, reperitur



PC 65 41.57 *sec.* ergo Latitudo Cometæ 24.18.3 *sec.* superans priorem 1.39.55 *sec.*

Quarto: in eodem  $\Delta$ gulo patefiet angulus CPL 33.53.9 *sec.* qui additus longitudini Lyrae  $\propto$  10.49.34 *sec.* facit longitudinem Cometæ  $\approx$  14.42.43 *sec.* quæ excedit priorem 1.34.55 *sec.*

Die 5 Januarij observabatur eodem referente Cometæ distantia ab Vropygio 32 *gr.* 52 *min.* à Rictu Pegasi 4.41 *min.* distantia harum Fixarum ab invicem per Quæst. sequentem reperietur 37.56 *min.* ergo dabitur triangulum Sphæricum, cujus unum latus VO 37.56 *m.* est majus reliquis duobus VC 32.52 *m.* & OC 4.41 *m.* simul sumptis, nempe 37.33 *m.* quod esse impossibile simili prorsus Apodixi, quâ ad hujus impossibilitatem in  $\Delta$ gulis rectilineis demonstrandam usus est Euclides in *prop.* 20. l. 1. poterit ostendi. Vel si mavis alia eaque Mechanica via tibi demonstrabo, hanc observationem *impossibilia* referre. Primò ergo

**XCVI** Quæritur, quomodo datis Longitudinibus & Latitudinibus duarum Stellarum, sit computanda earum distantia?

Sit in fig. 46. Latitudo Vropygij 59.57.20 *sec.* ejusque complementum VP 30.2.40 *sec.* & latitudo Oris Pegasi 22.6.20 *sec.* ejusque complementum OP 67.53.40 *sec.* Longitudo Vropygij  $\propto$  0.58.19 *sec.* Longitudo Oris Pegasi  $\approx$  27.28.14 *sec.* & longitudinum differentia, seu angulus OPV 3.30.5 *sec.* Itaque in  $\Delta$ gulo OPV ex datis lateribus OP 67.53.40 *sec.* & VP 30.2.40 *sec.* quæritur lat<sup>9</sup> tertiū VO per *prop.* 9. Cap. 5. *Placq.*

OPV. SC. 9.9991886

OP. T. 10.3912912

PD T, 10.3904798 - -

VD. SC. 9.8976372

OP. SC. 9.5755505

19.4731877

*gr. min. sec.*

67. 51. 26 PD

30. 2. 40 PV

37. 48. 46 VD

PD.



PD. SC.  $9.5762445$

OV. SC.  $9.89699432 - - 37.55.50 \text{ sec.}$  distantia Uropygij à Rictu seu Ore Pegasi, quæ quærebatur.

Jam quæritur secundò, num distantia Cometæ potuerit esse ab Vropygio  $32.52 \text{ m.}$  & ab Ore Pegasi  $4.41 \text{ m.}$  Dico, quòd hæ distantia unà cum distantia Fixarum  $37.5550 \text{ sec.}$  dent triangulum impossibile. Sit enim, si fieri potest in fig. 47, VC distantia Cometæ ab Vropygio  $32.52 \text{ m.}$  OC distantia Cometæ ab Ore Pegasi  $4.41 \text{ m.}$  & VO distantia Vropygij ab Ore Pegasi  $37.55.50 \text{ sec.}$  & jungantur rectæ VC, CO, & OV, erunt hæ *subtense* seu *chordæ* arcuum VC, CO, & OV, &  $\Delta$ gulum rectilineum VCO ( *per 2. 11.* ) in uno plano consistens; quæramus jam singularum quantitatem. Arcus VC est  $32.52 \text{ min.}$  ejus medietas  $16.26 \text{ m.}$  habet sinum Rectum  $2828995$ , ergo ejus chorda VC  $5657990$ . Deinde CO arcus est  $4.41 \text{ min.}$  ejus medietas  $2.20.30 \text{ sec.}$  dat sinum rectum  $408584$ , ergo ejus chorda CO  $817168$ ; hæc cum priori chorda VC facit  $6475158$ . Denique arcus OV est  $37.55.50 \text{ sec.}$  ejus medietas  $18.57.55 \text{ sec.}$  dat Sinum Rectum  $3249951$ , ergo ipsius chorda OV erit  $6499902$ ; quæ sola est major duabus chordis VC, CO simul sumptis; ergo in  $\Delta$ gulo rectilineo VCO unum latus OV est majus duobus reliquis VC, CO simul sumptis, quod est impossibile & contra prop. 20. l. 1. Euclidis, ergo etiam id est impossibile, ex quo hoc necessariò sequitur, nempe arcus VC, CO simul sumpti non possunt esse tam parvi, ac eos observatio exhibebat, quod erat demonstrandum.

Die 6 Januarij, observabatur ab eodem Distantia Cometæ ab Ore Pegasi  $8 \text{ gr. } 2 \text{ m.}$  à Markab.  $16.8 \text{ m.}$  ab Vropygio  $32.20 \text{ m.}$  Hinc ex distantia ab Vropygio & Ore Pegasi, Cometæ Longitudo  $\propto 3.49 \frac{1}{2} \text{ min.}$  Latitudo  $27.32 \frac{1}{2} \text{ min.}$

Die 10. Jan. Distantia Cometæ à Capite Andromedæ  
14 gr.



14 gr. 22 m. ab Vropygio 34.27 m. ab Alâ australi Pegasi 17.28 m. Hinc ex distantia ab Vropygio & cap. Andromedæ, longitudo Com.  $\propto$  24.9 m. latitudo 29.15 m. Ex dist. à cap. Andromedæ, & Algenib seu alâ Pegasi, prodit longit.  $\propto$  23.53 m. latit. 26.21 m.

Die 11 Jan. Distant. Cometæ ab Vropygio 36.26 min. à cap. Andromedæ 12.17 m. Hinc longit.  $\propto$  26.18 m. latit. 27.51 m.

Die 12 Jan. Dist. Cometæ ab Vropygio 37.56 m. ab extrema alæ Pegasi 16.7 m. Alius loco *extrema alæ Pegasi* scripsit *ab ala Australi Pegasi*: sed neutrum hoc die potest esse, nisi prior forsan per *extremam* intellexerit *Primam alæ*, quæ est Markab, & tunc erit longit. Cometæ  $\vee$  3.21 m. latit. 28.54  $\frac{1}{2}$  min.

Die 16 Jan. Distantia ad oculum à cap. Andromedæ 1 gr. à lucida Arietis 26.18 m. à Mirach. seu cingulo Andromedæ 12.45 m. Hinc (ex duabus posterioribus) longit.  $\vee$  11.42 m. latit. 26.38 m.

Die 17 Jan. Distant. Cometæ à lucida Arietis 22.43 m. à Mirach. 10.32 m. Hinc longit.  $\vee$  14.28 m. latit. 24.1 min.

Die 22 Jan. Dist. Cometæ à cap. Androm. 14.8 m. à lucida Arietis 15.58 m. Hinc longit.  $\vee$  25.23 m. latit. 24.4 m.

Reliquorum dierum Observationes, cum Author ipse met in dubium vocet, prætermitto.

### Observationes secundæ.

Alius quidam refert, à se observatam esse cometæ distantiam

Die 30 Decemb. 1680, à Lyra 43.26 m. ab Aquila 9.14 m. Distantia utriusque Fixæ est 34.9 m. ergo distantia cometæ à Lyra 43.26 m. major fuit quàm reliquæ duæ simul sumptæ, quæ tantum faciunt 43.23 m. quod est impossibile & contra ea quæ suprâ demonstravimus; sed si corrigatur observatio, probabit



dibit longit.  $\zeta$  29. 34 *min.* latit. 20, 18 *min.*

*Die 31 Decemb.* Distant. cometæ ab Aquila 10.20 *m.* à Rictu Pegasi 21.4 *m.* Hinc longit.  $\approx$  4.4 latit 21.31 *m.*

*Die 2, Januarij 1681,* Dist. cometæ à Lyra 43.55 *m.* ab Vropygio 37.5 *m.* Hinc longit  $\approx$  11.44 *m.* latit. 23.14 *m.*

*Die 5 Jan.* Observatio proponit rursum distantias impossibiles.

*Die 6 Jan.* Dist. cometæ à Lyra 48.12 *m.* ab Vropygio 32.10 *m.* Hinc longit.  $\times$  3.11 *m.* latit. 27.48 *m.*

*Die 10 Jan.* Dist. cometæ ab Vropyrio 34.33 *m.* à cap. Andromedæ 16.24 *m.* Hinc. longit.  $\times$  21.41 *m.* latit. 28.23 *m.*

*Die 12 Jan.* Dist. ab Vropygio 37.56 *m.* ab extrema alæ Pegasi; sed ego judico fuisse Markab. 16.7 *m.* Hinc longit.  $\vee$  3.21 *m.* latit. 28.54  $\frac{1}{2}$  *m.*

### Observationes tertiæ.

Tertius sequentes tradit observationes, multò majori solertia ( uti apparet ) quàm Instrumento factas. Quibus longitudo & latitudo cometæ inde per meum calculum computatæ subjunguntur.

*Die 26. Decemb. 1680* Observabatur cometæ distantia ab Aquila 17.50 *m.* à Lyra 48.0. *min.* Hinc longitudo  $\zeta$  17.9 *m.* latitudo 1.46 *m.*

*Die 27 Decemb.* Distantia cometæ ab Aquila 15.15 *m.* cometæ altitudo visa occid. 10.0 *min.* Aquilæ altitudo occid. 24.50 *m.* Elevatio Poli 50.40 *m.* Hinc per calculum sequenti quæst. exponendum, cometæ latitudo 16 56 *m.* longit.  $\zeta$  17.40  $\frac{1}{2}$  *m.*

*Die 28 decemb.* Altitudo Aquilæ 23.14 *m.* cometæ 12.40 *m.* distantia utriusq; 12.50 *m.* Distantia cometæ à stella australiori  
in



in præcedente Rhomboidis latere Delphini 22.30 m. Com.  
Longit.  $\zeta$  23.11 m. Latit. 17.16 m.

Die 29 Decemb. Altitudo Aquilæ 22.28 m. Cometæ  
15.45 m. Distantia Cometæ à memoratâ Stella Delphini 18.  
47 m. ab Aquilâ 10.17 m. Hinc Longit.  $\zeta$  27.36 m. Latit.  
 $18.57\frac{1}{2}$  m.

Die 1 Januarij 1681. Altit. Aquilæ 18.30 m. Cometæ  
23.50 m. Distantia ab Aquilâ 12.25 m. à Rictu Pegasi 16.  
17 m. Hinc Longit.  $\approx$  9.54 m. latit. 23.59 m.

Die 6 Jan. Dist. Cometæ à Lucidâ Cygni 32.25 m. à sca-  
pulis & armo alæ Pegasi 16.25 m. Hinc longit.  $\chi$  3.29 m. la-  
tit. 27.34 m.

Die 7 Jan. Dist. Cometæ ab armo alæ Pegasi 13.5 m. à  
Rictu ejusdem 11.15 m. Hinc Longit.  $\chi$  8.8 m. latit. 27.53 m.

Die 8 Jan. Dist. Cometæ à scapulis Pegasi 10.33 m. à  
Rictu ejusdem 15.0 m. Hinc Longit.  $\chi$  12.39 m. Latit. 28.  
 $11\frac{1}{2}$  m.

Die 9 Jan. Dist. Cometæ à Markab. 8.30 m. à Rictu Pe-  
gasi 18.54 m. Hinc Latit. 27.46 m. longit.  $\chi$   $17.22\frac{1}{2}$  m.

Die 10 Januarij, Dist. Cometæ à Scheat Pegasi 4.5 m. à  
Markab. 8.45 m. Hinc longit.  $\chi$  22.57 m. latit. 27.25 m. No-  
ta hæc Observatio corrigi debuit, quia aliàs distantia Scheat  
à Markab. fuisset sola major, quam Distantiæ Cometæ ab u-  
trâque Stellâ simul sumptæ, quod est impossibile.

Die 12 Jan. Dist. Cometæ à Scheat Pegasi 4.55 m. à Cap.  
Andromedæ 9.45 m. Hinc longit.  $\chi$  29.6 m. Latit. 27.12 m.

Die 13 Januarij Dist. Cometæ à Scheat. 7.42 m. à Cap.  
Androm. 6.43 m. Hinc longit.  $\vee$  2.26 m. Latit. 26.14 min.

Die 17 Jan. Dist. Cometæ à Cap. Androm. 3.50 m. à



Lucidâ cinguli ejusdem 10.40 *m*. Hinc Longit.  $\sqrt{14.5}$  *m*. latit.  $25.20 \frac{1}{2}$  *m*.

Die 19 Jan. Dist. Cometæ à Cap. Androm. 7.58 *m*. à cingulo ejusdē 7.10 *m* Hinc longit.  $\sqrt{18.22}$  *m*. latit. 23.48 *m*.

Die 23 Jan. Dist. Cometæ à cingulo Androm. 3.53 *m*. à Lucidâ pedis sinistri ejusdem 13.20 *m*. Hinc longit.  $\sqrt{26.25}$  *m*. Latit. 22.8 *min*.

Die 24 Jan. Dist. Cometæ à cingulo Androm. 4.22 *m*. à pede sinistro ejusdem 12.50 *m*. à mediâ trium in dorso 9.37 *m*. Hinc, ex duâbus primis, Longit.  $\sqrt{27.10}$  *m*. latit. 21.54 *m*.

Die 26 Jan. Dist. Cometæ à Cap. Androm. 18.57 *m*. à cingulo 6.28 *m*. à mediâ trium in dorso 12.23 *m*. Hinc Longit.  $\sqrt{29.41}$  *m* Latit. 20 31 *m*.

### Observationes quartæ.

Die 27. Decemb. 1680 Observabatur altitudo Cometæ, jam demptis ubique refractionibus, 4.6 *min*. altitudo Lyræ 28.29 *m*. distantia utriusque 46.48 *m*. altitudo Æquatoris 41.59.44 *sec*. Hinc per meum calculum, quem proxima quæstio docebit, prodiit Cometæ Longitudo  $\sqrt{19.29.44}$  *sec*. latitudo 15.22.53 *sec*.

Die 28. Decemb. Altitudo Cometæ 12.19 *m*. Lyræ 33.22 *m*. distantia utriusque 45.36 *m*. Hinc longit.  $\sqrt{22.25.19}$  *sec*. Latit. 16.56.8 *sec*.

Die 29. Dec. Altit. Cometæ 16.34 *m*. Lyræ 33.20 *m* Dist. utriusque 44.58 *m*. Hinc longit.  $\sqrt{27.10.6}$  *sec*. Latit. 18.18.23 *sec*.

Eodem Die 2da. Altit. Com. 12.40 *m*. Lyræ 29.19 *m*. Dist. utriusque 44.54 *m*. Hinc longit.  $\sqrt{27.22.22}$  *sec*. latit. 18.24.43 *sec*.

Die 1. Januarij 1681, Altit. Cometæ 26.37 *m*. Lyræ 29.39 *m*.



29.39. *m.* Distant. utriusque 43.40 *m.* Hinc longit.  $\approx$  11.39.59 *sec.* latit. 23.28.32 *sec.*

Die 10. Jan. Altit Cometæ 50.6 *m.* Capitis Andromedæ 63.50 *m.* Dist. utriusque 16.44 *m.* Hinc longit. X 21.16.13 *sec.* latit. 27.58.8 *sec.* Sumamus hanc observationem pro calculo commonstrando.

**XCVII-** Datis altitudinibus Stellæ fixæ cognitæ, Cometæ, eorûmque Distantiâ, datâ etiam Latitudine Observatorij, quæritur, quomodo sit invenienda Longitudo & Latitudo Cometæ?

### Solutio ex fig. 49.

V est Vertex seu Zenith Observatorij, P Polus æquatoris Arcticus. arcus VP complementum elevationis poli, nempe isthic 41.59.44 *sec.* E Polus Eclipticæ, A Andromedæ caput. C Cometa. arcus PE  $\angle$  Colurus solstitiorum. EP distantia polorum juxta P. Ricciolum 23.30.20 *sec.* EA complementum Latitudinis Andromedæ 64.17.50 *sec.* PA compl. declinationis Andromedæ 62.39.22 *sec.* VA complem. altitudinis ejusdem ex Observatione 26.10 *min.* VC complementum altitudinis Cometæ 39.54 *m.* hinc cæteri arcus facilè cognoscuntur, Itaque Primo in  $\Delta$ gulo EPA ex datis tribus lateribus reperitur angulus PAE 26.15.16 *sec.*

Secundo: in  $\Delta$ gulo VAP similiter ex datis lateribus invenitur angulus VAP 32.20.35 *sec.*

Tertio: eodem prorsus modo in  $\Delta$ gulo VAC patefiet angulus VAC 136.39.42 *sec.*

|                          |                            |
|--------------------------|----------------------------|
| VAP 32.20.35 <i>sec.</i> | VAC. 136.39.42 <i>sec.</i> |
| PAE 26.15.16 <i>sec.</i> | VAE. 58.35.51 <i>sec.</i>  |
| VAE 58.35.51 <i>sec.</i> | CAE. 78. 3.51 <i>sec.</i>  |

Quarto: in  $\Delta$ gulo EAC ex datis lateribus EA, AC cum ang. EAC reperitur latus EC 62.1.52 *sec.* ergo lat. Com. 27.58.8 *sec.*



*Quinto:* in eodem  $\Delta$ gulo angulus AEC proveniet 18.35.57 *sec.* qui subtractus à longit. capitis Androm. V 9.52.10 *sec.* relinquit longitudinem Cometæ X 21.16.13 *sec.* Et juxta hunc calculum reliquæ Cometæ Longitudines ac Latitudines repertæ.

*Die 11 Jan.* observabatur Altitudo Cometæ 53.15 *min.* capitis Andromedæ 63.51 *m.* Distantia utriusque 13.10 *m.* Hinc longit. Cometæ X 25.17.41 *sec.* latit. 27.43.53 *sec.*

*Eodem Die 2do:* Altit. Cometæ 37.43 *m.* cap. Androm. 49.25 *m.* Dist. utriusque 12.59 *m.* Hinc longit. X 25.29.45 *sec.* latit. 27.39.27 *sec.*

*Eodem tertio:* Altit. Cometæ 23.40 *m.* cap. Androm. 35.21 *m.* Distant. utriusque 12.52 *m.* hinc longit. X 25.37.7 *sec.* latit. 27.34.0 *sec.*

*Die 12 Jan.* Altitudo Cometæ 26.7 *m.* cap. Androm. 35.19 *m.* Dist. utriusque 10.7 *m.* Hinc longit. X 28.41.22 *sec.* latit. 27.11.55 *sec.*

*Die 14. Jan.* Altit. Cometæ 54.50 *m.* cap. Androm. 57.32 *m.* Distant. utriusque 3.5 *m.* hinc longit. V 6.28.10 *sec.* latit. 26.5.38 *sec.*

*Eodem die observatio 2da:* Altit. Cometæ 51.7 *m.* cap. Androm. 53.48 *m.* Dist. utriusque 3.2 *m.* hinc longit. V 6.32.16 *sec.* latit. NB crescens 26.10.43 *sec.*

*Die 15 Januarij Quadrante majore:* Altit. Cometæ 56.46 *m.* cap. Androm. 57.20 *m.* Dist. utriusque 0.26 *m.* hinc longit. V 9.4.22 *sec.* latit. 25.58.29 *sec.* *Quadrante minore:* Alt. Cometæ 56.59 *m.* reliqua uts. hinc long. V 9.13.49 *sec.* latit. 26.12.37 *sec.*

### Observationes quintæ.

*Die 24 decemb.* 1680 observabatur Distantia Cometæ à Venere 15.10 *m.* ab Aquilæ Lucidâ 28 *gr.* horâ 6. Altitudo poli



poli est 36.36 *min.* & Distantia à Meridiano Bononiensi versus Occasum dat in tempore hor. 1.16,56 *sec.* Hinc (*perquest.* 95.) longit. Cometæ  $\bar{Z}$  15.22.20 *sec.* Latitudo Borealis 3.42.51 *sec.* Erat enim, ex tabb. P. Riccioli, Longitudo Veneris  $\bar{Z}$  29.32,49 *sec.* & Distantia ab Aquila 31,7.16 *sec.* sed ex ephemeridibus erat longit. Veneris  $\approx$  0.42 *m.* latitudo Austr. 1.41 *m.* hinc fuisset Cometæ longit.  $\bar{Z}$  16.23 *min.* latit. 3.19 *m.*

*Die 27 Decemb.* Declinatio Cometæ Australis 10.3 *min.* Ascensio recta 292.5 *m.* hinc longit. (*ex fig.* 48)  $\bar{Z}$  22.13.4 *sec.* latit. 11.45.50 *sec.*

*die 30 decemb.* Declinatio Cometæ Australis 1.3 *m.* Ascensio recta 299,6 *m.* Hinc longit.  $\approx$  1.1.32 *sec.* lat. 19.22.4 *sec.*

### Observationes sextæ.

Sextus inter alias suas complures observationes, quæ è manibus jam sunt elapsæ, refert, quòd die 29 Decembris *st. n.* horâ sui horologii 5.41 *m.* & horâ 5,54 *m.* distiterit Cometa ab Aquilæ Lucida 10.15 *m.* Altitudo Cometæ horâ horologii 5.59 *m.* erat 8.39 *m.* Altitudo Aquilæ hora horologii 5.24 *m.* occid. 21 *gr.* 6 *m.* puto ego, jam dempta refractione 4 *m.* tantam fuisse. Supponit autem & affirmat horologiū suum rotatum, in singula horæ minuta distributum, semel de die temporis Primi Mobilis conformatū idē deinde semper exhibuisse. Poli altitudo ab eodē ponitur 50 *gr.* 20 *m.* & Distantia observatorij à Meridião Vranoburgico Occasū versus 5 *m.* unius horæ, vel 1 *gr.* 36 *m.* circuli. Cū verò Bononia sit occidentalisior Vraniburgo 5.36 *sec.* temporis, sequitur Observatorium istud esse Orientalius Bononia 36 *sec.* temporis, seu 9 *min.* circuli, juxta sequens Lemma.

LEMMA. datis distantiiis duorum Meridianorum à tertio: reperire eorum distantiam inter se.



## Regula.

Casus : si uterque habeat eundem situm respectu Tertii : idest : si vel uterque sit Orientalior Tertio , vel uterque sit Occidentalior Tertio : tunc subtrahe minorem distantiam à majori , residuum est distantia quæ sita. Vt in exemplo sit Bononia Occidentalior quàm Vraniburgum per - - - 5.36 sec. hoc Observationum occidentalius , quàm Vraniburg. 5. — sec. erit Bononia occidentalior , quàm observat. per - - - 36 sec. Residuo enim præponitur ille Meridianus , qui à Tertio magis distabat. Vti hîc Bononia ; quæ ab Vraniburgo magis distabat quàm Observatorium.

2. Casus, si verò non habeant eundem situm respectu Meridiani Tertii , sed unus sit orientaliior , alter occidentalior Tertio , tunc adde utramque distantiam. Vt si sit Vienna orientaliior , quàm Bononia - - - 22. — sec. & Cadiz occidentalior , quàm Bononia - - - 1.16.56 sec. erit Vienna orientaliior quàm Cadiz - - - 1.38.56 sec.

**XCVIII.** Quæritur ergo , quomodo ex iisdem datis sit inveniendus locus Cometæ ? fig. 48.

*Primò* : ut habeatur altitudo Aquilæ , pro eo momento , quo observabatur altitudo Cometæ , oportet prius corrigere horologium , & illius horam convertere in horam primi Mobilis. Locus autem ☉ ex tabb. P. Riccioli ad datam horam 5.30 m. circiter , erat  $\zeta$  8.55 m. ergo Ascensio recta 279.42 m. Ascensio Recta Aquilæ 293.47 m. Complementum Declinat. Aquilæ AP 81.56 m. & distantia à Vertice VA 68.54 m. Ex his quæritur Distantia Solis à Meridie : nempe in  $\Delta$ gulo VAP per data tria latera patet angulus APV 66.30 m. repræsentans distantiam Aquilæ à Meridiano versùs occasum : ergo huic addita ascensio Recta Aquilæ 293.47 m. facit ascensionem



nem rectam coeli culminantis 360. 17 *m*, rursus autem ablata asc. Recta Solis 279.42 *m* relinquit distantiam ☉ à Meridie versús occasum 80.35 *m*. quæ in tempus reducta dat horam veram 5.22.20 *sec*. quâ observabatur altitudo Aquilæ 21 *gr*. 6 *min*. In horologio autem erat *hor*. 5.24 *m*. ergo ex horâ horologii demendo 1 *m*. 40 *sec*. fiet hora vera primi Mobilis.

Quæritur ergo *secundo* quanta fuerit altitudo Aquilæ hora 5.59 *m*. horologii, id est hora 5.57.20 *sec*. correctâ, quæ dat 89 *gr*. 20 *m*. in Æquatore.

|                                   |           |                     |
|-----------------------------------|-----------|---------------------|
| Distantia ☉ à Meridie erat        | - - - - - | 89.20. <i>mis</i> . |
| Ascensio Recta Solis              | - - - - - | 279.43 <i>min</i> . |
| Ascensio Recta medijs cœli        | - - - - - | 369.3 <i>min</i> .  |
| Ascensio Recta Aquilæ             | - - - - - | 293.47 <i>min</i> . |
| VPA seu distantia Aquilæ à Merid. | - - - - - | 75.16 <i>min</i> .  |

Jam in triangulo VAP, datur VP 39.40 *m*. & PA 81.56 *m*. cum ang. VPA 75.16 *m*. ex his reperitur VA distantia Aquilæ à Vertice 74.25 *m*. & ipsius altitudo vera 15.35 *m*. sed visa 15.41 *m*. tum, quando Cometa ab ipsa Aquila distans 10.15 *m*, observabatur altus 8 *gr*. 30 *m*.

*Tertio*: ex datis lateribus in Δgulo VAC reperitur angulus VAC 133.37.20 *sec*. visus.

*Quarto*: eodem modo in Δgulo VAP (si PA, seu visæ Declinationis Aquilæ complementum sumatur 81.55 *m*.) cognoscitur angulus VAP 39.51.20 *sec*. visus.

*Quinto*: EA, seu visæ Latitudinis Aquilæ complementum est 60.39 *m*. ergo in Δgulo PAE dantur PA, EA, & PE, hinc erit angulus EAP visus 10.38.40 *sec*. cui additus VAP 39.51.20 *sec*. & VAC 133.37.20 *sec*. uterque visus, aggregatum verò 184.7.20 *sec*. subtractum ex 360 *gr*. relinquit angulum EAC 175.52.40 *sec*. visum: supplementum est 4.7.20 *sec*.

*Sexto*: in Δgulo EAC provenit EC 70.52.30 *sec*. ergo Latitudo Cometæ 19.7.30 *sec*. visa.

Septi-



*Septimo*: in eodem  $\Delta$ gulo reperitur angulus CEA  $0.46^m$  visus: Longitudo Aquilæ visa fuit  $\mathcal{Z} 27.21^m$ . à quâ subtrahitur ille ang. CEA  $0.46^m$  visus, dat Longitudinem Cometæ  $\mathcal{Z} 26.35$  visam. Hæ Longitudo & Latitudo ideò non sunt *veræ* sed *visæ*, & tam refractionibus quàm Parallaxi adhuc obnoxia, quia ad eas inveniendas nil nisi *visa* in calculo adhibebantur; ex visis autem nil provenit nisi visum, ergo &c.

*Die 9 Jan.*, 1681, hora horologii  $6.24 \frac{1}{4}^m$ . erat Cometa, & crus Pegasi in eadem linea Verticali: id est: habebant idem Azimuthum: Altitudo Cruris tunc erat  $48.55^m$ . Altitudo Cometæ hora horologii  $6.23^m$ . fuit  $42^gr$ . Quæritur, quomodo ex his datis sit locus Cometæ reperiendus.

*Primo*: juxta quæstionis hujus partem priorem reperitur correctio horologii  $7^min. 47^sec.$  subtrahenda, ex altitudine cruris seu Scheat Pegasi  $48.55^m$ . Ergo dum Cometa videbatur altus  $42^gr$ . erat hora vera  $6.15.13^sec.$  & (per hanc quæst.) Scheat Pegasi elevatum supra horizontem  $49.8^min.$  Ab hoc subducta altitudo Cometæ  $42^gr$ . relinquit (cùm fuerint in eodem Azimutho: nec enim tantillo tempore, & in tam exigua siderum Distantia sensibilibiter mutabatur differentia azimuthalis) relinquit, inquam, Distantiam Cometæ à Scheat,  $7^gr. 8^m$ . SC in fig 50.

*Secundo* in  $\Delta$ gulo VSP ad datam horam  $6.15.13^sec.$  invenitur angulus VSP  $42.15^min.$

*Tertio* ex datis lateribus in  $\Delta$ gulo PSE eruitur ang. ESP  $26.19^m$ .

|                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| ESP. $26.19^min.$ | VSC. $180. —^min.$ |
| PSV. $42.15^min.$ | ESV. $68.34^min.$  |
| ESV. $68.34^min.$ | ESC. $111.26^min.$ |

*Quarto* in  $\Delta$ gulo ESC reperitur EC, cujus complementum est ipsa Latitudo Cometæ  $28.18 \frac{1}{2}^m$ .



*Quinto*: in eodem  $\Delta$ gulo comperitur angulus SEC 7. 33 *m.* qui subtractus à Longit. Scheat  $\times$  24. 57 *m.* dat Longitudinem Cometæ  $\times$  17. 24 *m.*

**XCIX.** Quæritur, quid ex hisce relatis Observationibus & calculo concludi possit.

*Conclusio* 1. Dimidia Observationum pars necessariò erroris convincitur. In adjunctâ Tabulâ conclusionis veritatem facile perspicies: sume enim quemcunque diem ex eâ volueris, v. g. primum Januarij, contemplantur tres in illo factas Observationes, & elige tibi unam earum, quam voles; hanc interim tibi concedam esse veram, sed illicò demonstrabo reliquarum aliquas non posse consistere, adeòque positâ illâ verâ has necessariò esse falsas. *exempli causâ.* si dicas primam diei 1 Januarij Observationem esse veram, quæ dedit locum Cometæ in  $\approx$  10. 24 *min.* sub Latitudine 24. 20 *m.* ego, transmissa observatione tertiâ ejusdem diei, tibi proponam: ergo observatio quarta & omnes diei sequentis sunt falsæ. Primum membrum patet ex eo, quod *observatio quarta* exhibeat Longitudinem quidem majorem quàm *prima*, Latitudinem verò minorem; quod hoc tempore utiq; fuit impossibile: omnes enim sentiebant, Latitudinem Cometæ adhuc, saltem usque ad 7mum Januarij semper crevisse, ergo quò longiùs in Zodiaco S.S.S. movebatur Cometa, eò his adhuc diebus majorem continuò capiebat Latitudinem: isthæc autem *Observatio 4ta* contrarium ostendit, ergo &c. Secundum membrum, nempe quòd & subsequenter diei 2 Januarij omnes observationes sint erroneæ positâ verâ observatione primâ diei 1, eodem prorsus modo evincitur. nam singulæ exhibent latitudinem minorem, quàm observatio illa quæ tibi videbatur vera, ergo &c. Sed si vitaturus Charybdin, afferas aliam v. g. quartam Observationem 1 Jan. esse veram, in Scyllam incidis: nam eâdem deinde viâ tertiâ ejusdem, & duæ subsequenter diei Observationes erroris notâ



incurrere probabuntur. Simile de cæteris omnibus est judiciū, ergo dimidiam facilè Observationum partem erroribus vacare non posse, primo quasi intuitu patescit.

*Conclusio 2.* Observatores Borealiores pluribus observationibus exhibent Cometam Borealiorem, quàm Observatores minùs Boreales: ergo denuò magnam observationum partem luscitie laborare concluditur. Conclusionem probat ad oculum figura 5 I, in qua PT est axis mundi: B locus observatoris Borealis seu prioris axi PT: & A locus minùs Borealis. C Cometa utrique observatori apparens citra vertices V, V ad plagam adhuc Australem; itaque productis BC, AC, patet ab Observatore Boreali B videri Cometam C in D nempe minùs Borealem, & ab Observatore minùs Boreali A videri Cometam C in E, id est magis Borealem: contrarium autem habetur in Tabula, ergo &c. Notandum autem, hanc figuram & demonstrationem debere Mathematicè, non physicè intelligi; ita enim fiet, ut Cometa, licèt fuisset omnibus Fixis altior, tamen eo modo, quo in figura delineatus est, nempe tanquam habens parallaxin possit considerari. Itaque sive eo tempore habuerit parallaxin physicam sive non; in hac saltem figura consideratur Mathematicè, sub qua consideratione utique habuit parallaxin.

*Conclusio 3.* Si ad magis particularia descendere, ipsamq; veritatem fateri liceat, concludi potest: singulos Observatores (præter duos ultimos, de quibus ob paucitatem relatarum observationum haud adeò constat) non omni caruisse nævo. Qui certitudinem conclusionis ex Tabulâ nondum satis perspectam habet, ei si operæ pretium postulet, de singulis illam ob oculos ponam. Sed satis de his.

*Conclusio 4.* Ex observationibus itaq; tam ambiguis (uti in conclusionibus præced. patuit) vix quidquam certi colliges. Ego enim conatus ex iis Systema hujus Cometæ elicere, & pro-  
ponere



ponere, in Labyrinthum incidi tam implexum, ut ingressu quidem paulisper tentato, ad interiora tamen pertingendi & spe & animo ceciderim, pedémq; multum licet obluctantem referre coactus fuerim. *Ex. gr.* quæsito Perigæo, primum haud adeò difficulter illud reperi intra 29 Decemb. Anni 1680, & 1 Jan. 1681, & magno deinde labore potius intra 31 Decemb. & 1 Jan. intra tales scilicet duos dies, quibus Observationes ut quàm maximè discordabant. Cùm autem locus absiduus pro hypothese motuum proponenda permagni sit momenti, quid hîc consilii? Relictis ergo hisce magis arduis, ad planiora me recepi, nodos *v. g.* seu puncta intersectionum Orbitæ Cometæ cum Ecliptica, & num eodem affixa loco vel mobilia sint investigaturus; & certè maximè mobilia, id est nunc recta, nunc retrò repentia, imò saltantia & sat amplis passibus gradientia reperi. Ita plerumq; alios etiam labores frustra speratus eventus lusit, ut ex tam incertis certa velle colligere, rem majoris sanè laboris quàm præmij esse judicaverim; pœnituitq; jacturæ plurium dierum. Manum itaque à Tabula.

C. Examinatis quondam diversis modis, describendi horologia Sciatherica Verticalia Declinantia, cùm vidissem aliquos quidem difficiles, plerosq; verò erroribus satis obnoxios: ego rationem illam investigavi, quâ per calculum Astronomicum singularum linearum horariarum distantia à Linea perpendiculari seu Meridiana possint reperiri, iisque inventis horologii totius delineatio facillimè absolvi. Et operæ pretium me facturum existimo, si calculum istum, quia apud neminè hætenùs haberi vidi, pro Coronide mei opusculi hîc subjungā.

#### RATIO CALCULI.

Pro horologio Sciatherico Verticali, declinante à Meridie in occasum.

#### I PRO HORIS MATUTINIS.

I. ut *sinus totus*

D d 2

ad



ad *sinum* elevationis Poli,  
 Ita *Tangens* distantiae solis à Meridie  
 ad *Tangentem Complementi* anguli A. Angulum A subtra-  
 he à declinatione muri + 90 grad. & habes angulum B.  
 2. ut *sinus complementi* anguli B  
 ad *sinum complementi* anguli A,  
 ita *Tangens Complementi* elevationis Poli  
 ad *Tangentem* anguli, quem facit linea horaria  
 proposita cum linea Meridiana.

#### II PRO HORIS POMERIDIANIS USQUE AD HOR. 6.

1. angulus A quæritur ut suprà: hunc angulum A confer-  
 cum complemento Declinationis muri, subtrahendo nempe  
 minorem à majori, & habes angulum B.  
 2 iterum ut suprà.

#### III PRO HORIS POMERIDIANIS ULTRA 6.

Solummodò (cæteris manentibus ut suprà) angulus A addi-  
 tur ad complementum declinationis muri, ut habeatur B. De-  
 inde, quod per ultimam operationem prodit, specie est æquale  
 cum angulo B: id est; obtusum, si B sit obtusum; & acutum,  
 si B sit acutum.

#### IV. PRO LINEA SUBSTYLARI.

Cui scilicet Triangulum Indicis perpendiculariter insistit,  
 Ut *Tangens* elevationis poli  
 ad *sinum totum*,  
 ita *sinus* Declinationis muri  
 ad *Tangentem* anguli, quem facit linea substylaris cum  
 linea Meridiana; linea autem substylaris hîc (quando nempe  
 murus declinat à Merid. in occas.) est in parte orientali.

#### V PRO ANGULO STYLI,

Quem scil. facit stylus cum linea Meridiana.

1. ut *sinus totus*

ad *Tangentem* elevationis poli,

ita



ad aliud X

2. ut aliud X

ad sinum totum,

ita sinus complementi declinationis muri

ad *Tangentem* anguli, qui addendus est ad angulum lineæ  
Substylaris N. IV. inventum, ut eveniat angulus quem Linea  
Styli facit cum Meridiana: quando nempe Linea Styli deli-  
neatur in plano muri.

PRO DECLINANTI à MERIDIE IN ORTVM.

Calculus horarum pomeridianarum, qui modò traditus est,  
fiet hîc calculus horarum matutinarum. Et similiter

Calculus, quem suprà usurpavimus ad inveniendas horas matutinas, inserviet hîc pro horis pomeridianis.

Absoluto jam calculo angulorum, quos Lineæ horariæ faciunt cum Meridiana, reliqua horologij in muro Delineatio haud ampliùs poterit esse difficilis. Quamobrem nec mihi calamus ad metâ suspirans in isto itinere diutiùs est detinendus.



A P P E N D I X.

I. Satis multa in prioribus de Cometa diximus, superest, ut & tibi quædam enucleanda committam. Quæritur ergo quomodo ex observationibus Azimuthorum & Altitudinum cujusdam sideris vel Cometæ possint inveniri *primò* proportionēs, quas habent semidiametri circulorum diurnorum Cometæ ad semidiametrum circuli Maximi in eadem Sphæra, in qua sunt illi circuli diurni, descripti.

*secundo*, quomodo possit inveniri declinatio cujusvis circuli diurni à circulo illo maximo.

*Tertiò* si forſitan ſidus aliquod eſſet, cujus circuli diurni ad *Æquatorem* non eſſent paralleli, quæritur, quomodo cognoſci poſſit.



possit, in quo gradu Circulus ille Maximus, cui circuli diurni sunt paralleli, Horizontem intersecet.

*Quarto*, quæruntur anguli, quos Maximus hic circulus cum Meridiano loci facit.

*Quinto*, quomodo sit examinandum, num Meridianus Cometæ cum Meridiano loci coincidat: vel utrum altitudo summa Cometæ fuerit in Meridiano loci, an in alio Azimutho.

*Sexto* denique, quomodo pro motu talis Cometæ vel Sideris, cujus circuli diurni ad Æquatorem non sunt paralleli, Theoria sit formanda, ut exinde ipsius omnes apparitiones futuræ, peræquè ac nunc de Sole cæterisque Planetis, possint prædici. Ego enim censeo, ad primum de Cometa rumorem non statim judicandum esse, circulos illius diurnos Æquatori absque discrimine fore parallelos, sed id antequàm credas, observationibus repetitis examinari oportere.

II. *PROBLEMA*. Datum circulum alio circulo concentrico extrema ac media ratione secare: ita nempe ut datus circulus ad *annulum factum* eandem habeat rationem, quam hic *annulus* ad circulum interiorem. Qui ea, quæ in Sectione II docui, benè percepit, Problema hoc facilè solvet. Sequuntur aliæ Quæstiones Oreometricæ, sed tales quæ sine Trigonometriæ cognitione non solvuntur: quia autem Oreometricæ sunt, ideò vernacula utendum.

III. Bey einem Bergwerck ist ein Schůnkug verrichtet worden umb eines Durchschlags willen / so von b gegen a gemacht solle werden / vnd erfahrt man auß der Veriűngerung ( darvon ein drum ist in der 52 Figur ) das beede Derther a vnd b just in einer Hűhe ligen / vnd keines gegen dem anderen instehenden Saiger hűher oder niderer seye ( id est: recta, quæ à B ducitur ad A, est parallela Horizonti ). die Ebenfűll aber vnd Cűsser ( Distantia ) betryfft von b biű zum a noch 20 Claűster auf die Magnet-Stund 7  $\frac{2}{4}$  Abends.



Über diß hat man am Orth b ain Schifer Wand getroffen / die auf 9 Uhr Abend ( wie aus allen Umständen schier unzweifelbar zuschliessen ) etlich Claßter beständig fortfällt / nemlich nach der Lini b d c. Wan man nun auf diesen Schifer verdinget / so darf man in ein Claßter nit mehrergeben als 12 Gulden; da entgegen/wann man schnuergerad vnd den kürzisten Weeg nach von b gegen a durchbrechen wolte / die Claßter wohl 16 Gulden kosten müßte. Nun ist die Frag / wann man disemnach den Zuebau also anstellen will/das er mit den wenigisten Unkosten als möglich gemacht werde / ob-vnd wievil Claßter man auf diesen Schifer / nach der Lini b d c, bauen solle / vnd wie weit man hernach von diß Schifer gegen a überzubrechē werde haben.

IV. Auß Betrachtung allerhand concurrierenden Ursachen hat man auf einen Bergwerck beschlossen / von Tag Gebürg d c gegen a ( in der 53 Figur ) ein Zuebau zuführe vnd hat sich bey a ein dicker Merktgang angelegt / welcher anjetzt / vnd wie aus den Umständen zuvermuethen/ auch füran  $2 \frac{2}{4} \frac{1}{8}$  Saiger-Grad vntersich fällt gegen b auf 8

$\frac{1}{2}$  Uhr Morgen; nun kan man disem Gang nach in einem Jahr Bey 14 Claßter verarbeiten/ entgegen auf der andern Seiten des Bergs / nemlich bey c, mögen auch durch Tag vnd Nacht Schichten das Jahr nit über 20 Claßter außgeschlagen werden. Nun ist die intention vnd Mäynung / das man bey a durch ordinarij oder ainfache Schichten stähts dem Merktgang nachsetze / nemlich nach der Lini a b; auf der Seiten d c aber ein solches Anstz-Orth erwehle / von welchem man disen Gang b a durch den kürzisten Weeg als möglich treffe / doch ( zu Vermeidung der beschwärlichen Fürdernuß ) mit diser Vorsorg / das bemelter Zuebau



Zuebau nit marcker als ain Viertl. Grad Saiger übersich  
 geführt werde. Ober diß wirdt verlangt/ das bedersaits / so  
 wohl von a gen b, als von c gen b der Durchschlag zugleich  
 gemacht werde / das ist / wann die Beding. Heyer von c biß  
 b seyn können / so sollen die Lechen. Heyer von a eben auch bey  
 ersagten b seyn: wirdet demnach gefragt / wie lang die Li-  
 nien a b vnd b c seyn werden / vnd in wievil Zeit man zusam-  
 men können möchte? Nota bey d steht ain Pflock / diser ist hö-  
 her als a vmb  $3\frac{2}{4}\frac{1}{8}$  Claffter / vnd die stückle des Bergs d c  
 ist vast  $3\frac{2}{4}\frac{1}{8}$  grad Saiger vntersich.

V. Ein anderer Durchschlag ist zumachen in der 54 Fi-  
 gur von b gegen a ist die eusser a b 10 Claffter / der stehende  
 Saiger a f 6 Claffter / vnd also die Ebenßoll fb 8 Claffter:  
 bey a ist gschnaitiges Schifer bey b aber härtes Kalch. Ge-  
 bürg / also das man im Schifer ain Claffter vmb 10 Gul-  
 den / in Kalch aber vmb 18 Gulden außschlagen kan: diese  
 zweyerley Gebürg können mitten zwischen a vnd b zusammen /  
 vnd machen aldort ein stehenden Bürg. Werlnach der Linie  
 e d. Fragt man demnach / wie der Zuebau / des Saigers  
 halber / von b gegen a zuführen / das er am allerwenigsten  
 Unkosten als möglich erfordere? nemblich was für Saiger  
 grad im Kalch: vnd was für im Schifer zuhalten seye?

VI. In triangulo quodam rectangulo dantur anguli acuti in  
 proportione tripla, nempe major 67 gr. 30 m. & minor 22 gr.  
 30 m. quæritur, quomodo sine Tabulis Sinuum &c. sit reperi-  
 enda laterum proportio? Vide, si placet, in præcedentibus so-  
 lutionem Algebraicam quæstionis 38, & conare universale  
 Problema conficere, quomodo in  $\Delta$ gulo rectangulo data pro-  
 portione angulorū acutorū sit sine tabb. Sinuū &c. invenienda  
 proportio laterum. Hæc tibi à me sunt committēda, quia  
 calamus meus hac vice plus ultrà pergere recusat.



Ad Quæst. 94.

|        |        |        |        |         |                            |
|--------|--------|--------|--------|---------|----------------------------|
|        | 1 min. | 2 min. | 3 min. | 4. min. |                            |
| Sinus. | 2909.  | 5818.  | 8727.  | 11636   | Progressio suprema simplex |
|        | 2909.  | 2909.  | 2909.  | 2909.   | Differentia ultima.        |

N. II.

|        |                |          |          |          |                         |
|--------|----------------|----------|----------|----------|-------------------------|
|        | 74 gr. 40 min. | 41. min. | 42. min. | 43. min. |                         |
| Sinus, | 9644037.       | 964806.  | 9645574. | 9646341  | Progress sup. duplicat. |
|        | 769,           | 768.     | 767.     |          | Progressio simplex.     |
|        | 1.             | 1.       |          |          | Differentia ultima.     |

N. III.

|                                 |              |              |                        |
|---------------------------------|--------------|--------------|------------------------|
| 75 gr. 28 min.                  | 75. g. 29 m. | 75. g. 30 m. | 75. g. 31 m.           |
| Log. Tang. 105863007.           | 105868211.   | 105873419.   | 105878634. Pro. trip.  |
| eorum differentiae - - -        | 5204.        | 5208.        | 5215. Progr. dupl.     |
| Differentiarum differentiae - - |              | 4.           | 7. Progressio simplex. |
|                                 |              |              | 3 differentia ultima.  |

N. IV.

|                   |                            |            |             |             |            |           |
|-------------------|----------------------------|------------|-------------|-------------|------------|-----------|
|                   | grad. 1. 5                 | gr. 1. 5   | gr. 2. 5.   | gr. 3. 5.   | gr 4. 5.   | gr. 5. 5. |
| Declinat. 23      | gr. 30 m. 20 s. 23. 30. 6. | 23. 29. 4. | 23. 27. 39. | 23. 26. 40. | 23. 24. 39 |           |
| harum differentia | -- 14 sec.                 | 62 sec.    | 85 sec.     | 59 sec.     | 121 sec.   |           |

N. V.

Declin. cor. 23 gr. 30.10 sec. 23.30.6. 23.29.25. 23.28.17. 23.26.42. 23.24.39  
 earum differentia - - - 14 sec. 41 sec, 68 sec. 95 sec. 123 sec.  
 & differentiarum differentia - - 27 sec. 27 sec. 27 sec. 28 sec,

N. VI.

gr. 5. 2. 2. 20 min. 2. g. 40 m. 3 gr. 3 g. 20 m. 3 g. 40 m. 4 grad.  
 Decl. 23.29.25 f. 23.29.5  $\frac{1}{3}$  23.28.42  $\frac{2}{3}$  23.28.17. 23.27.48  $\frac{1}{3}$  23.27.16  $\frac{2}{3}$  23.26.42 f.  
 har. differ. 19  $\frac{2}{3}$  sec. 22  $\frac{2}{3}$  sec. 25  $\frac{2}{3}$  sec. 28  $\frac{2}{3}$  sec. 31  $\frac{2}{3}$  sec. 34  $\frac{2}{3}$  sec.  
 rursusq; istarū differ. 3 sec. 3 sec. 3 sec. 3 sec. 3 sec. differentia ult.







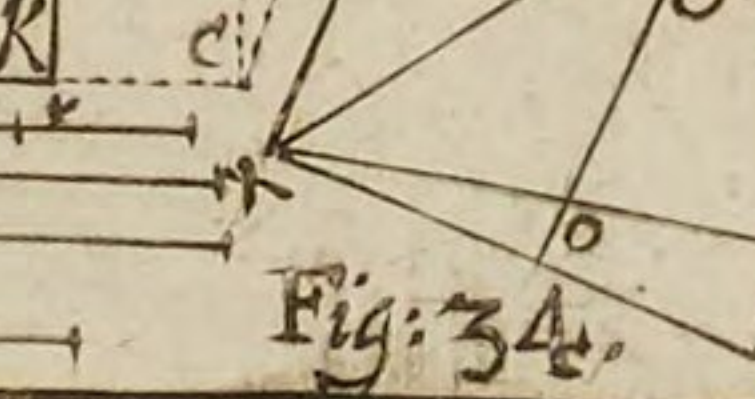
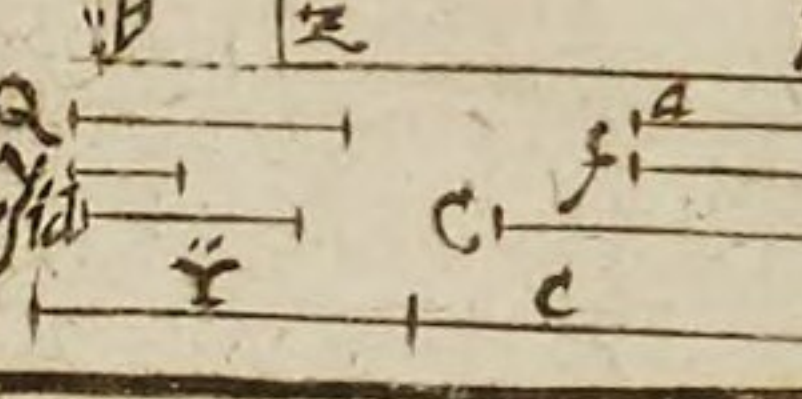
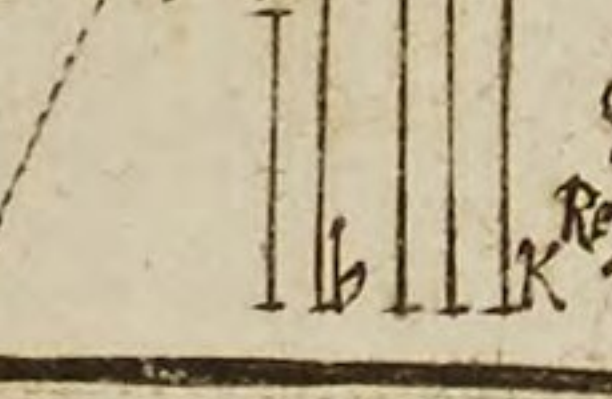
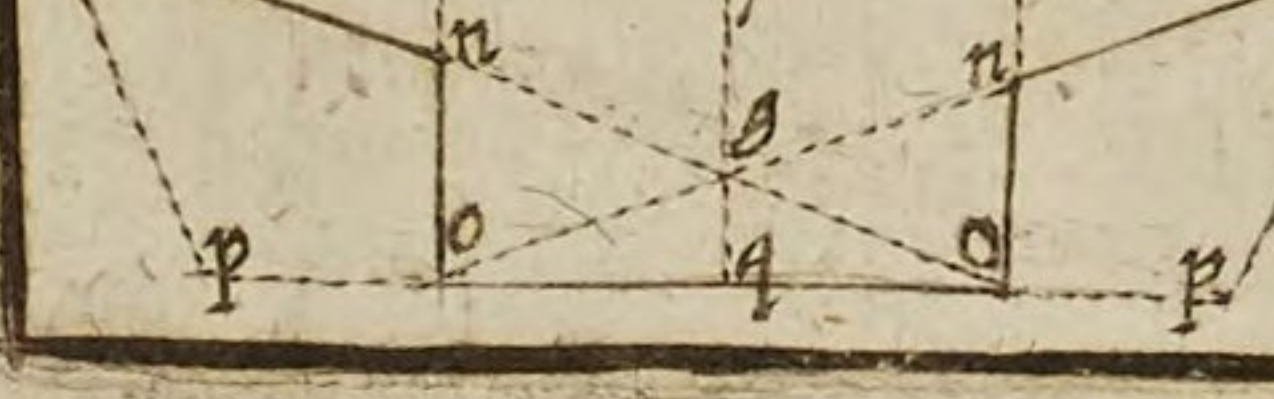
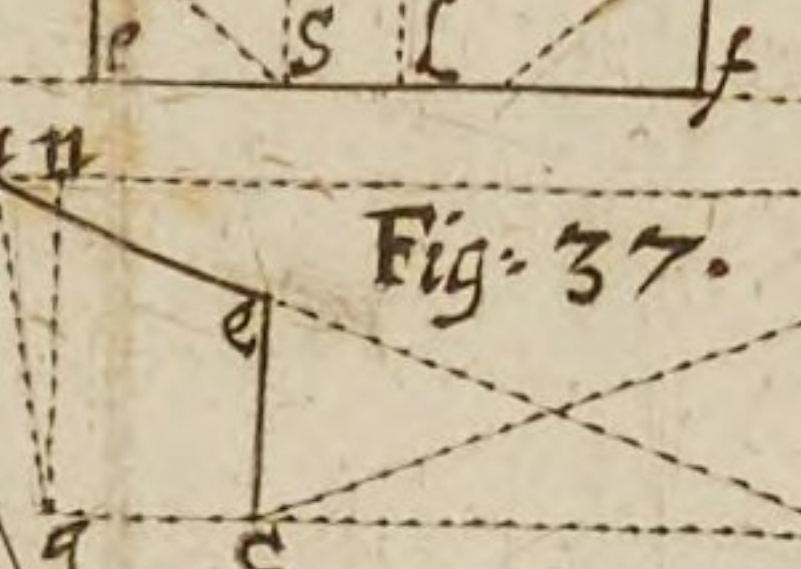
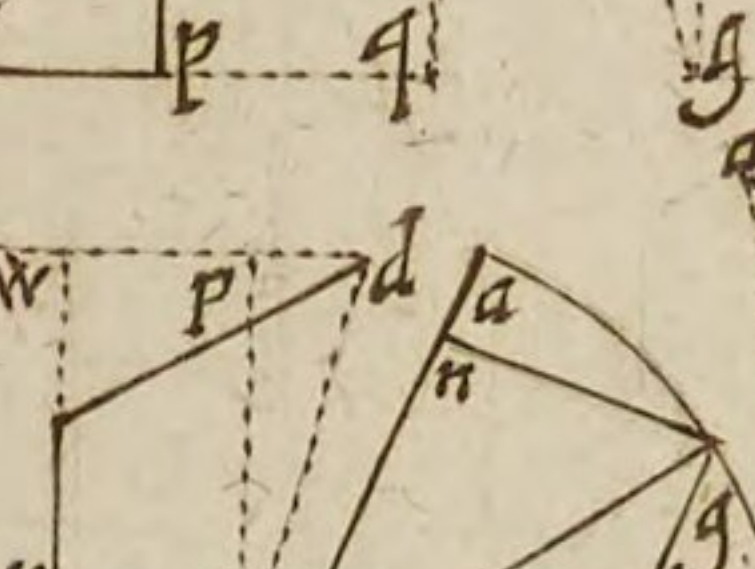
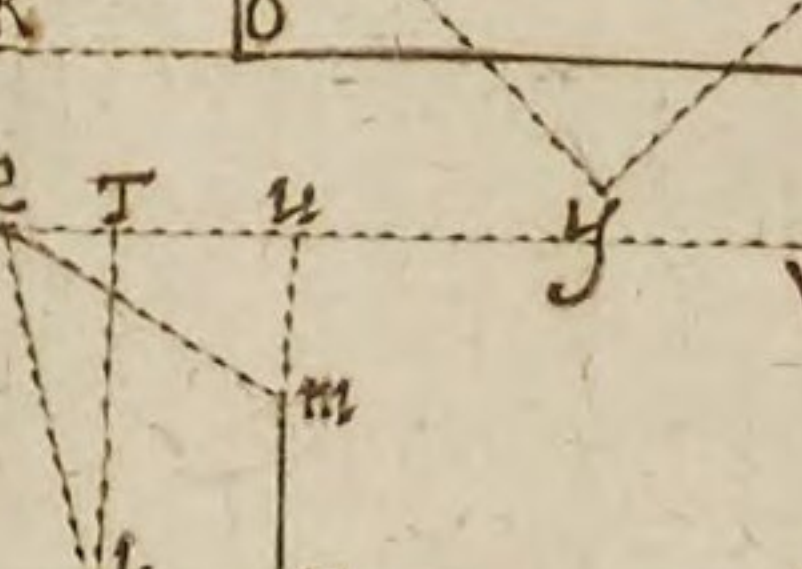
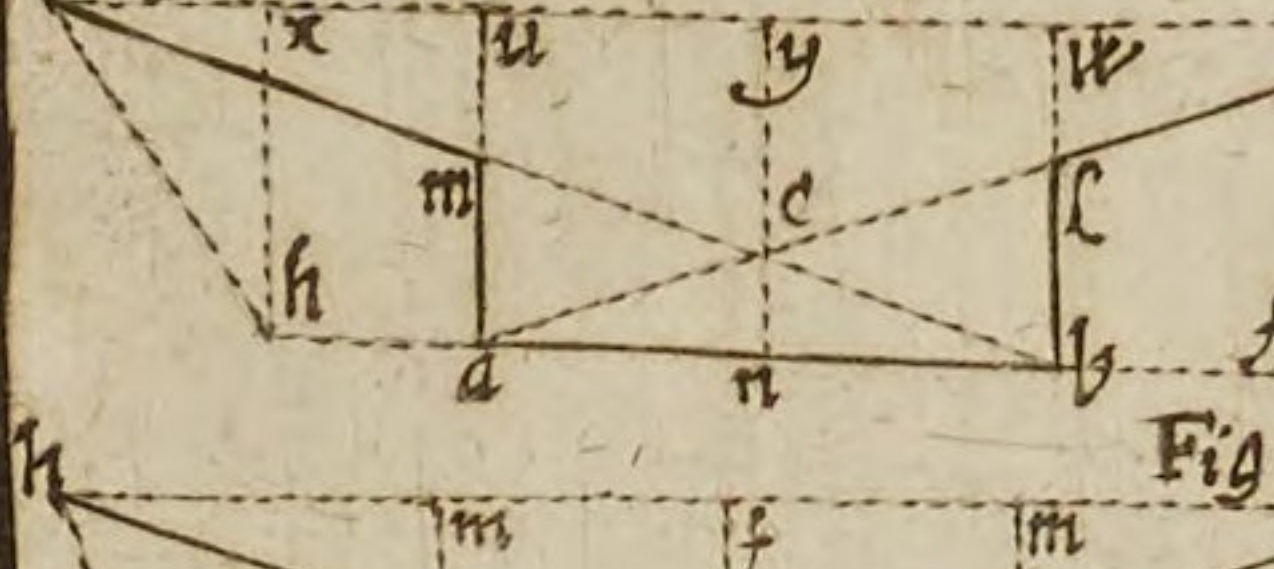
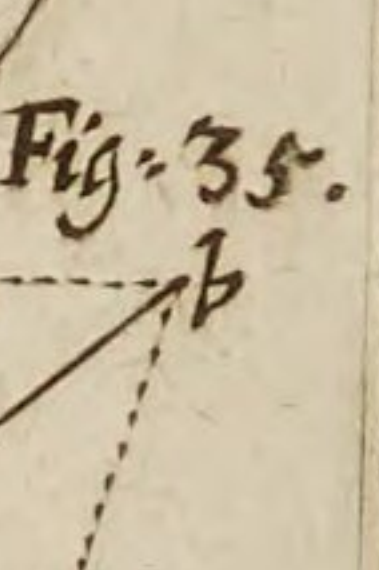
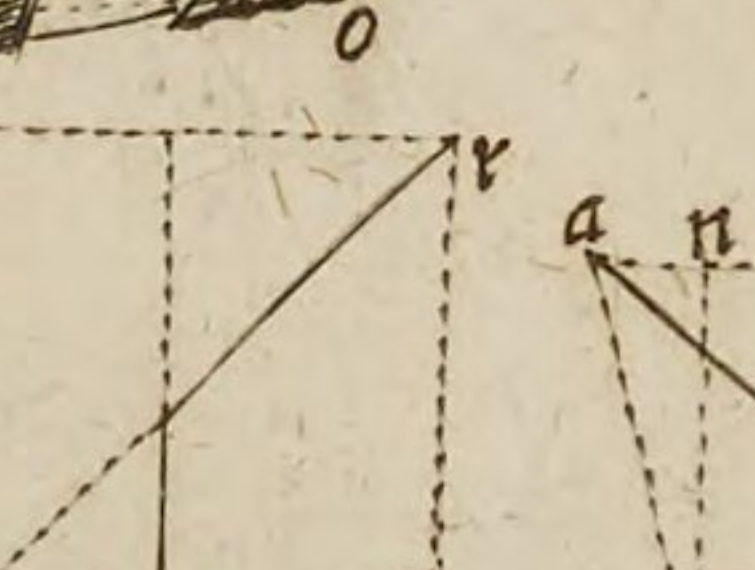
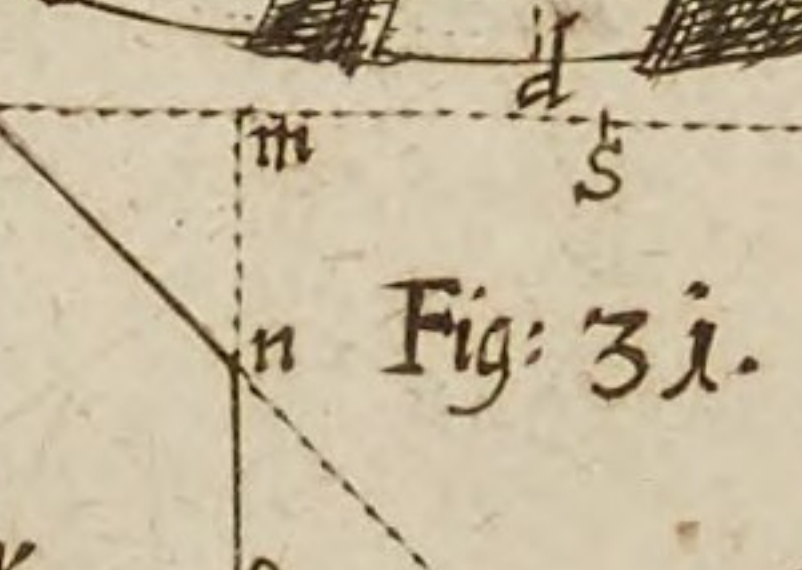
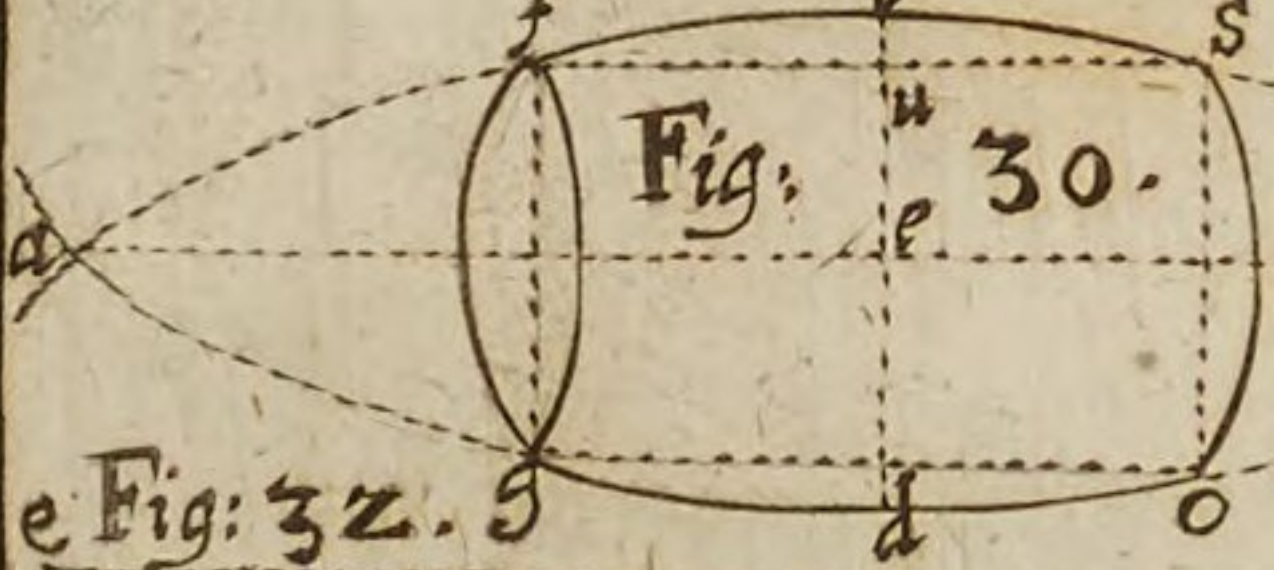
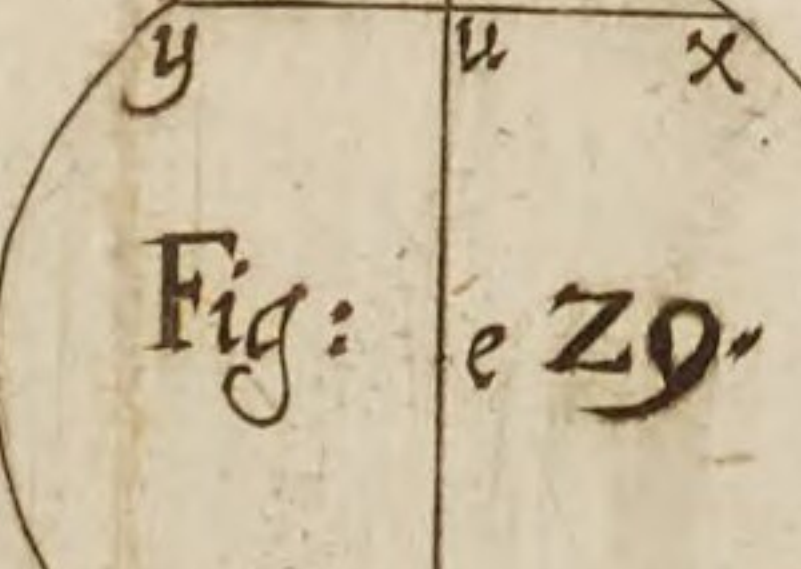
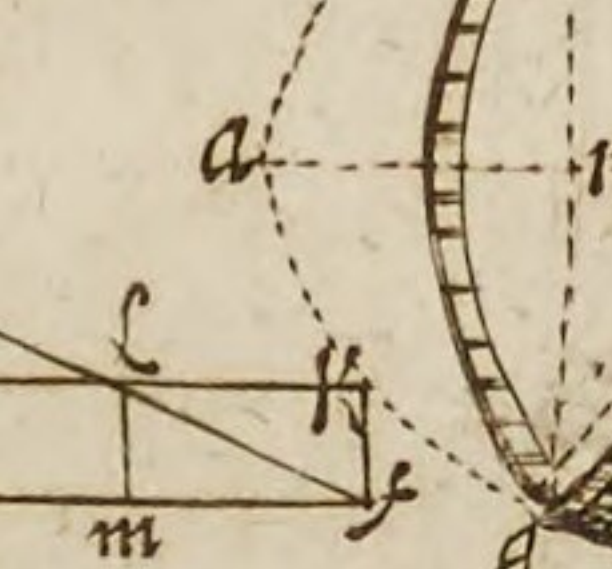
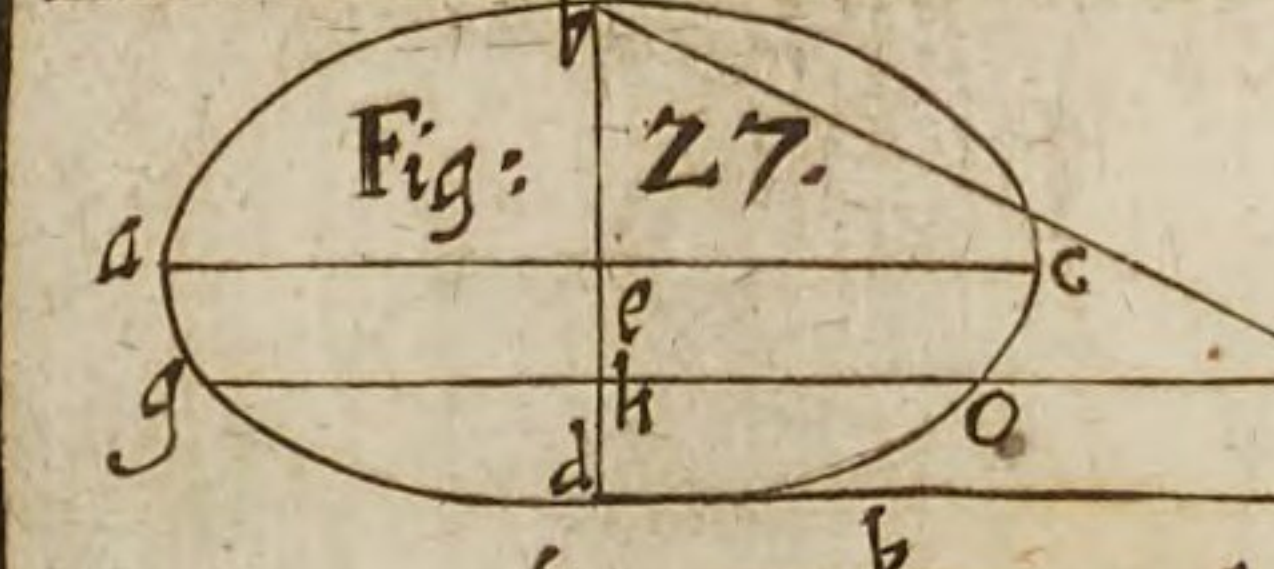
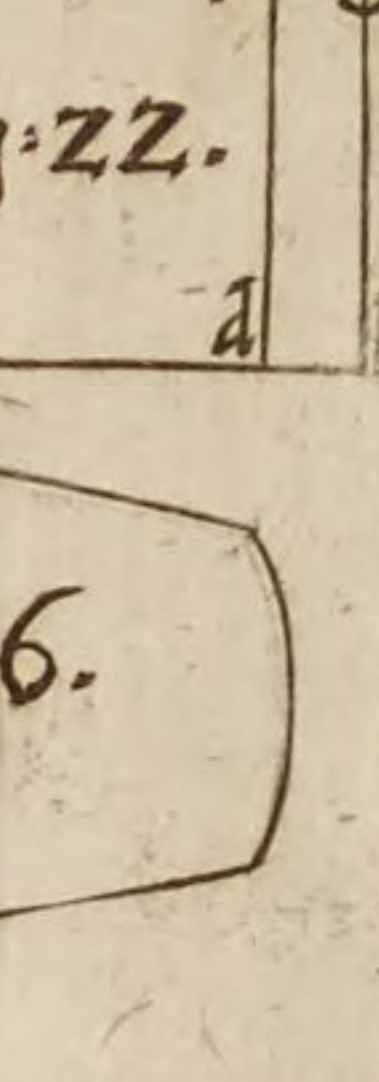
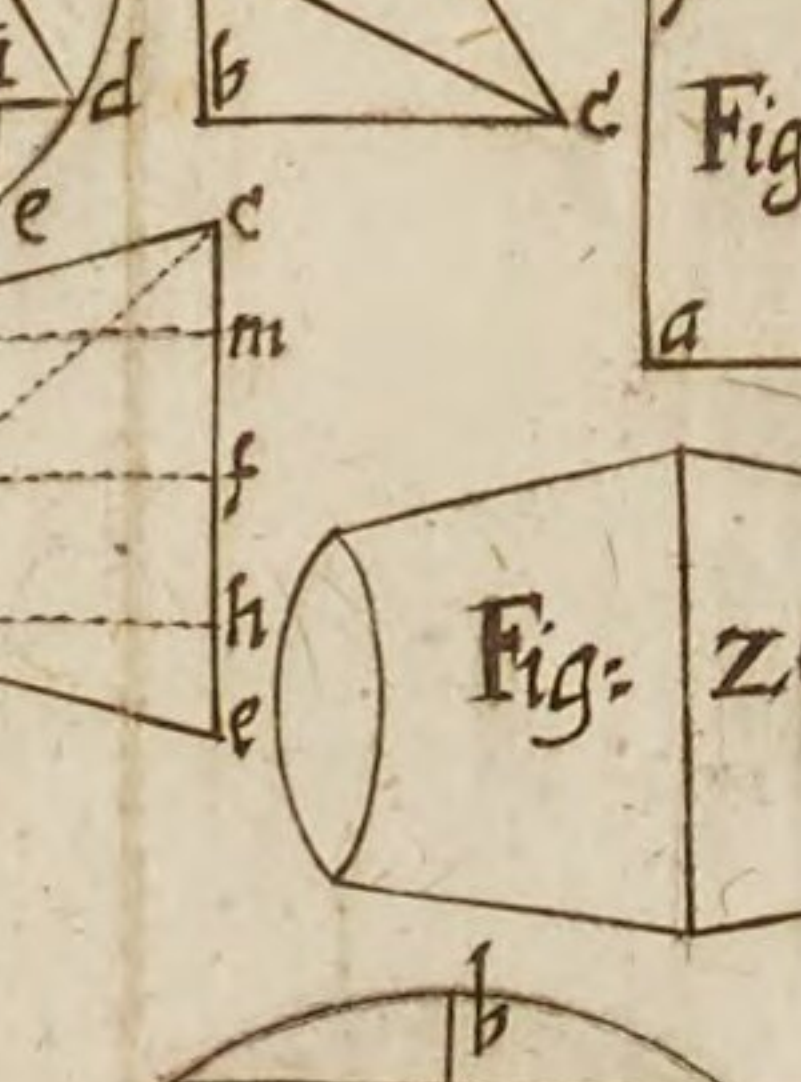
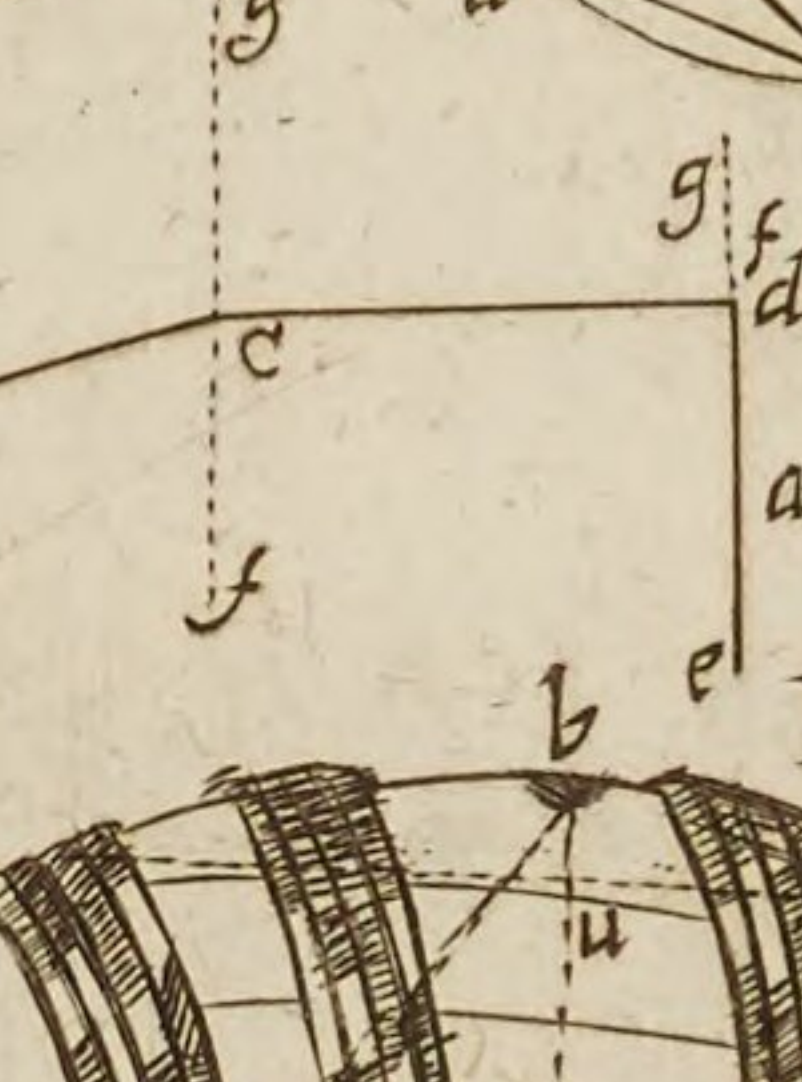
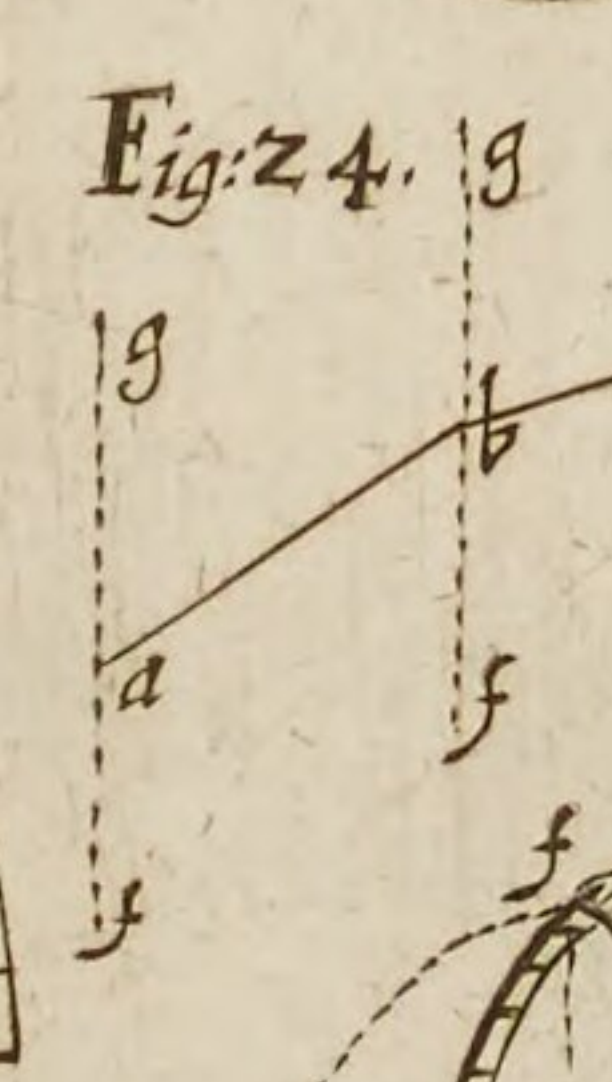
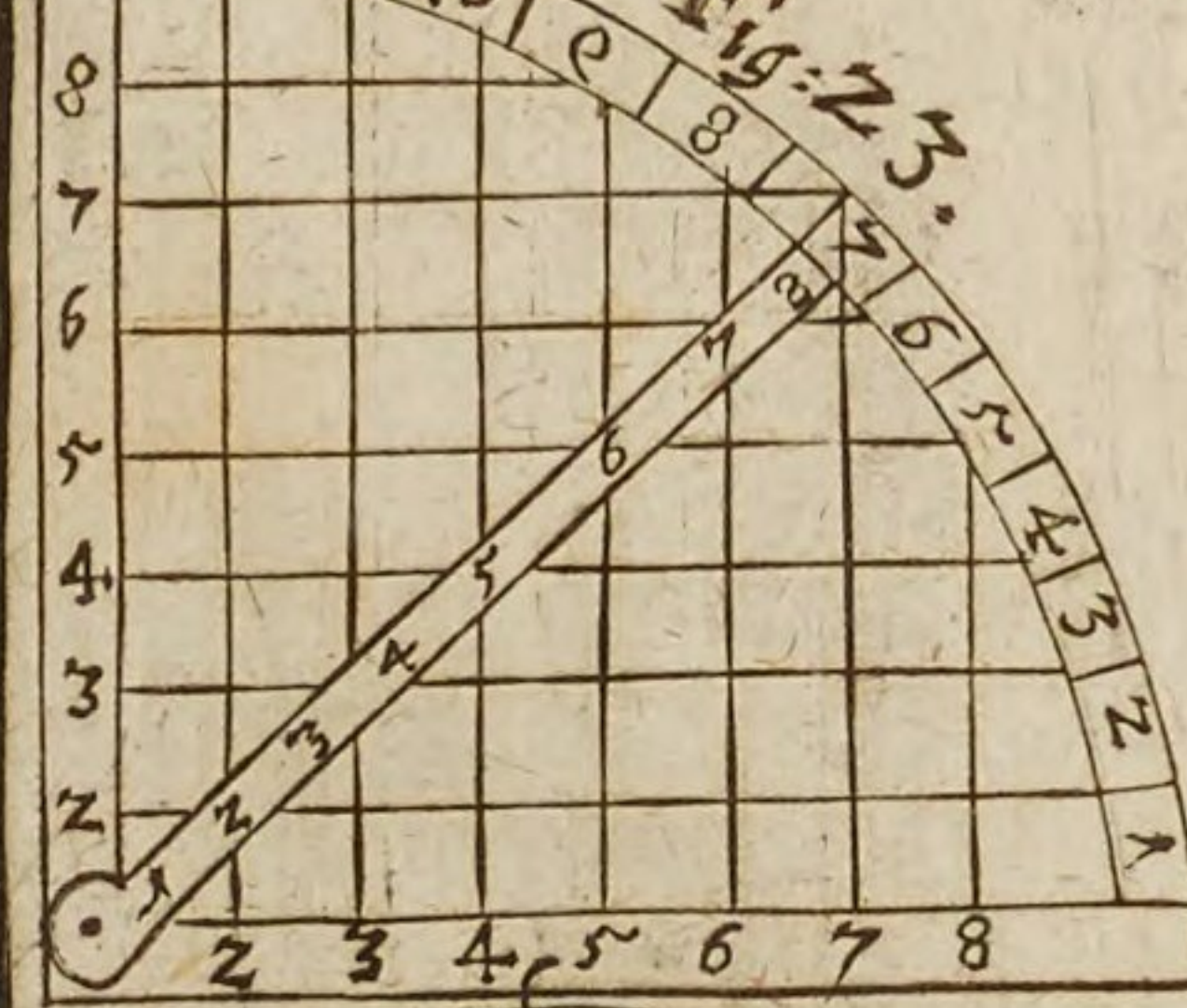
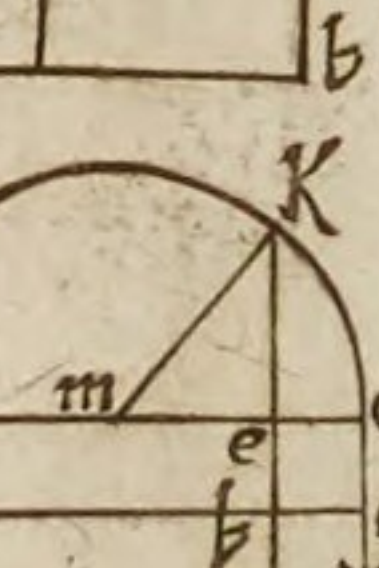
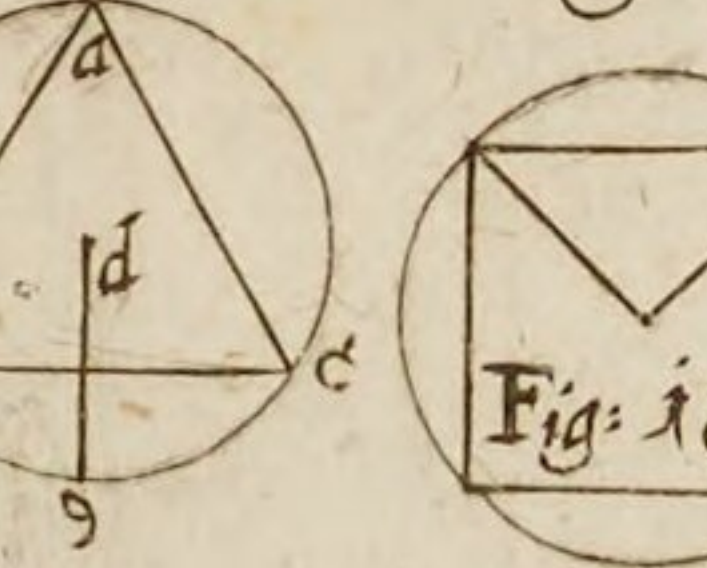
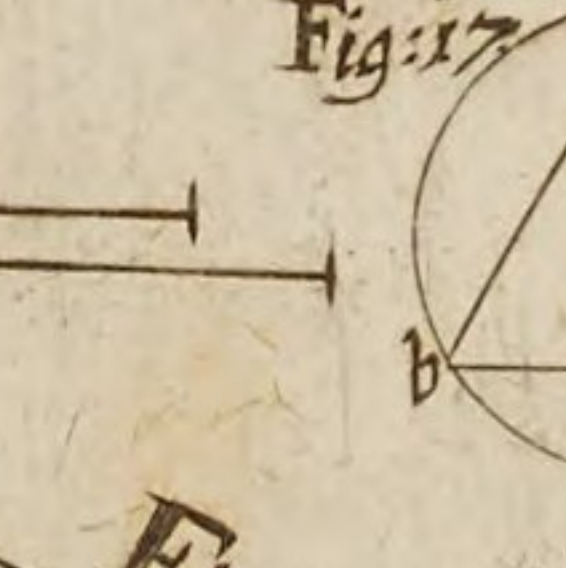
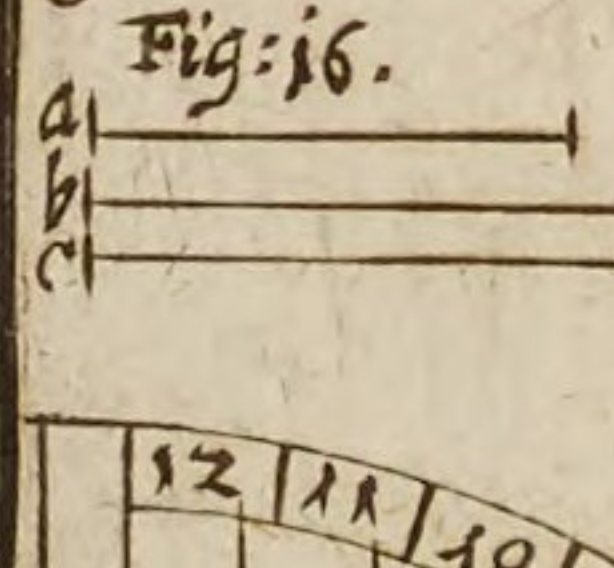
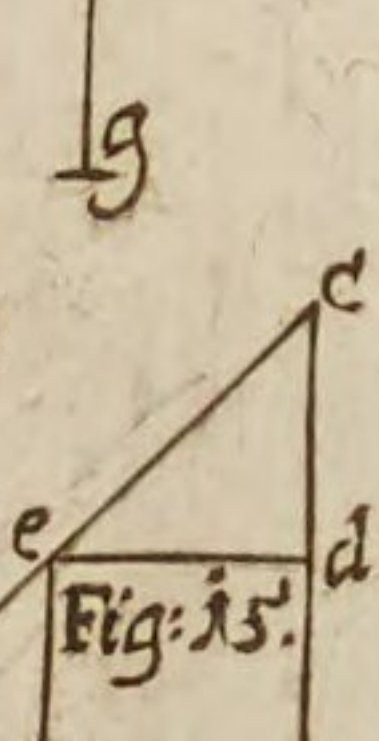
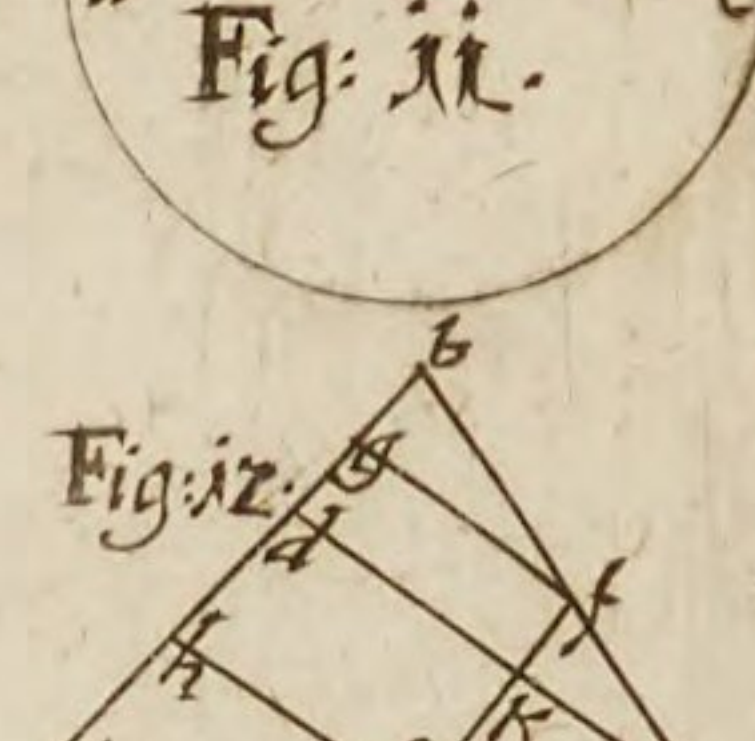
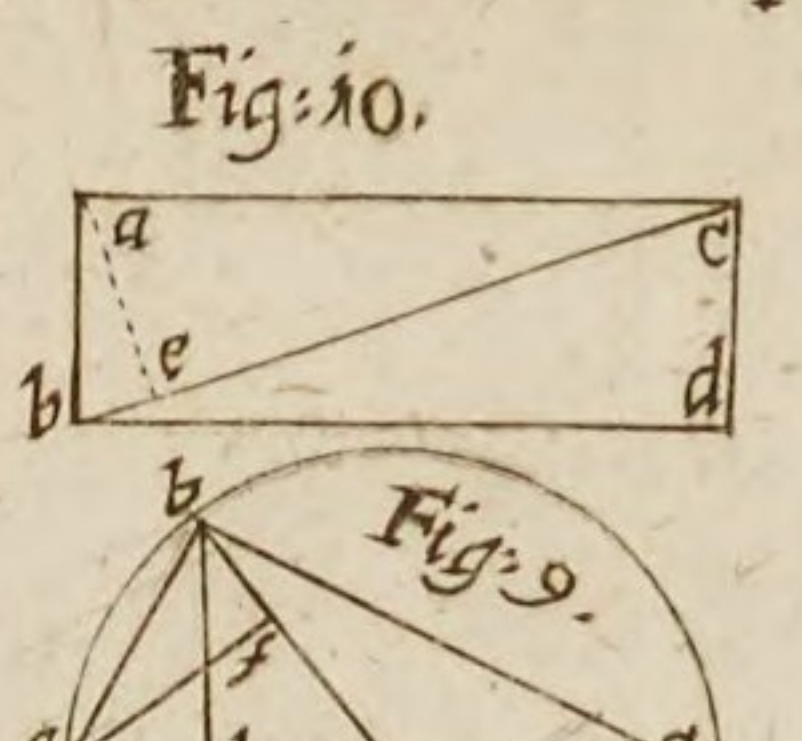
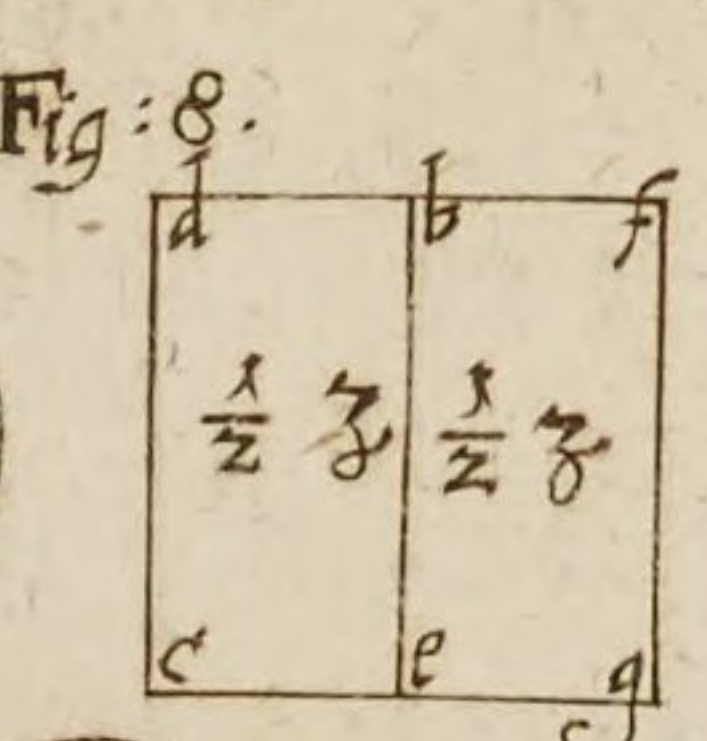
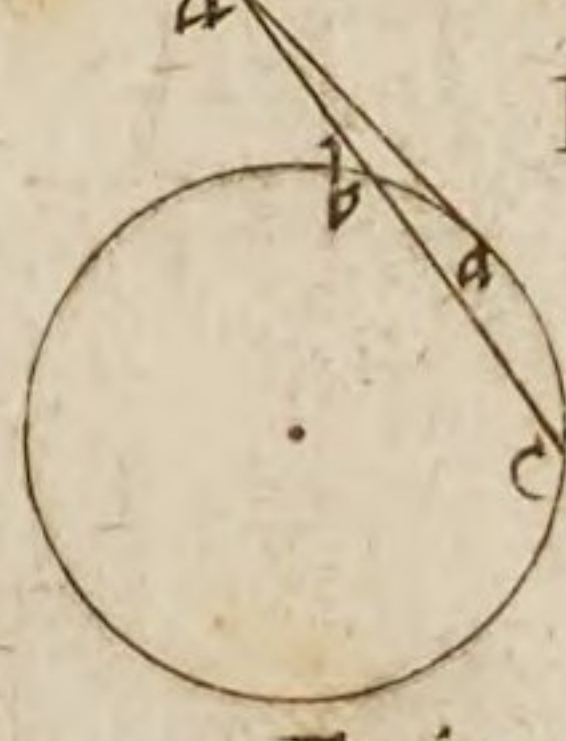
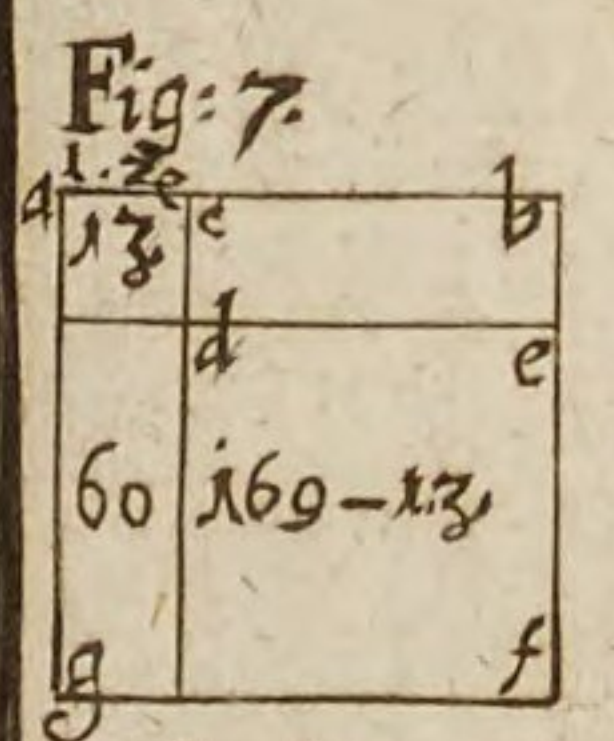
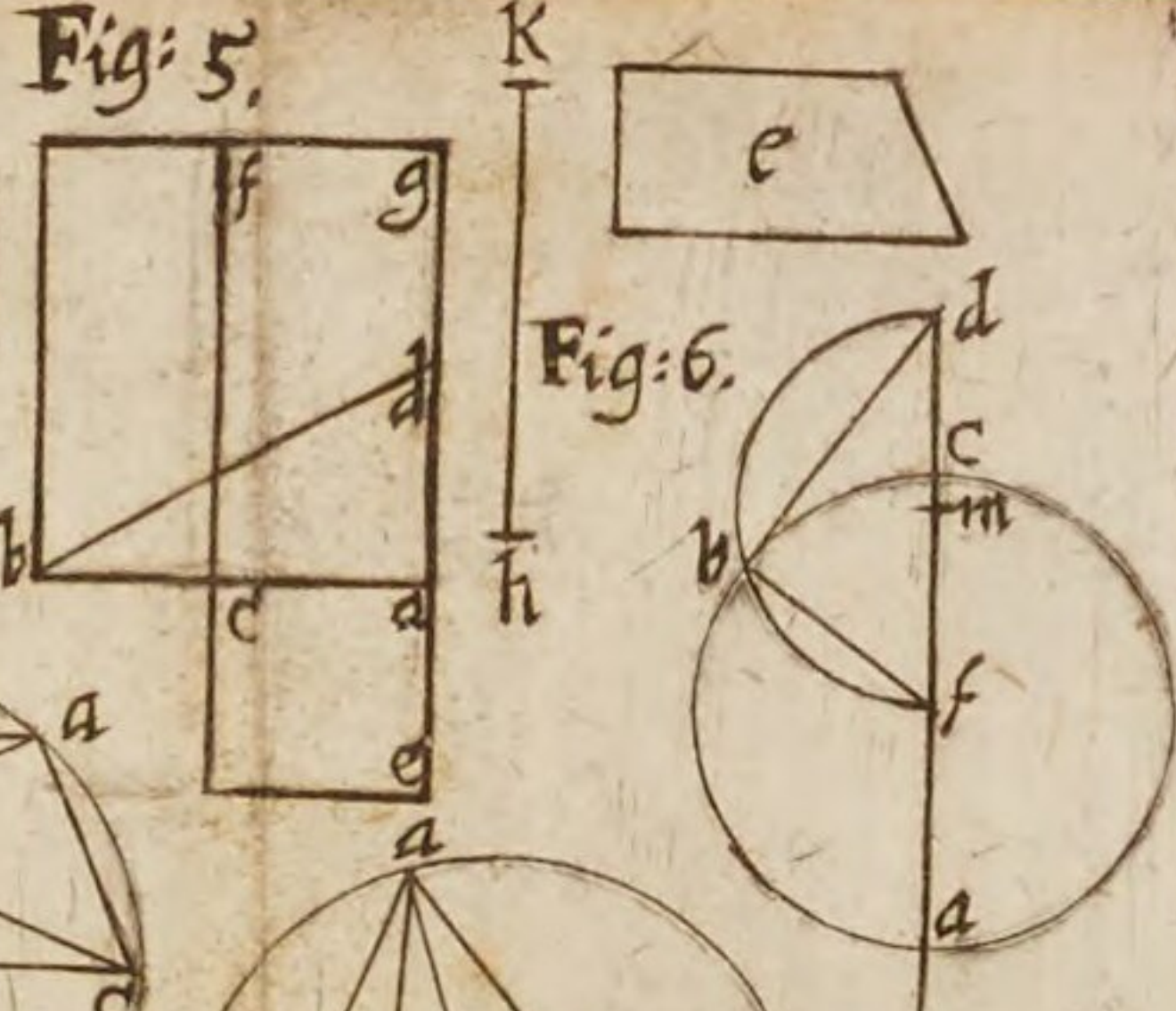
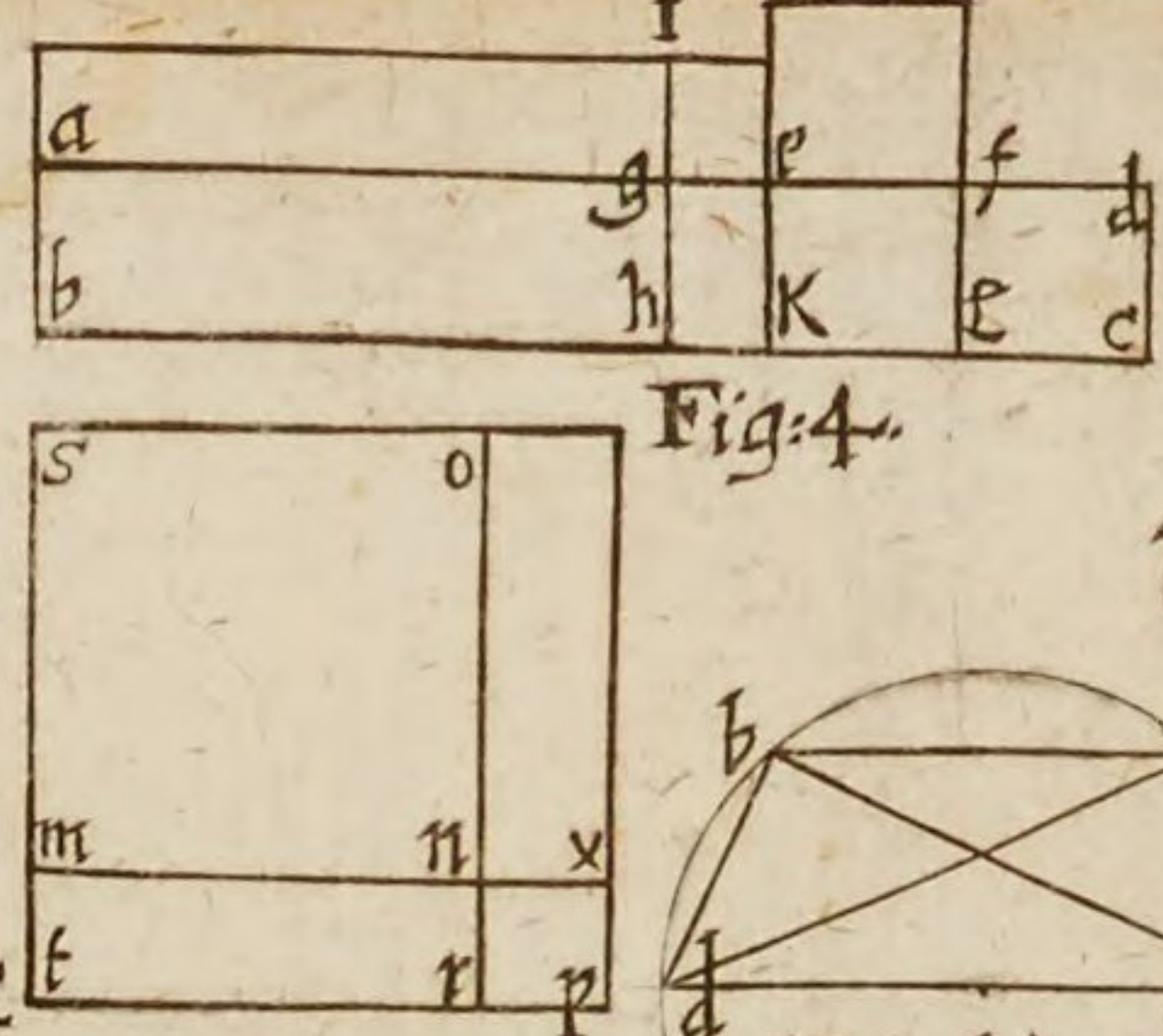
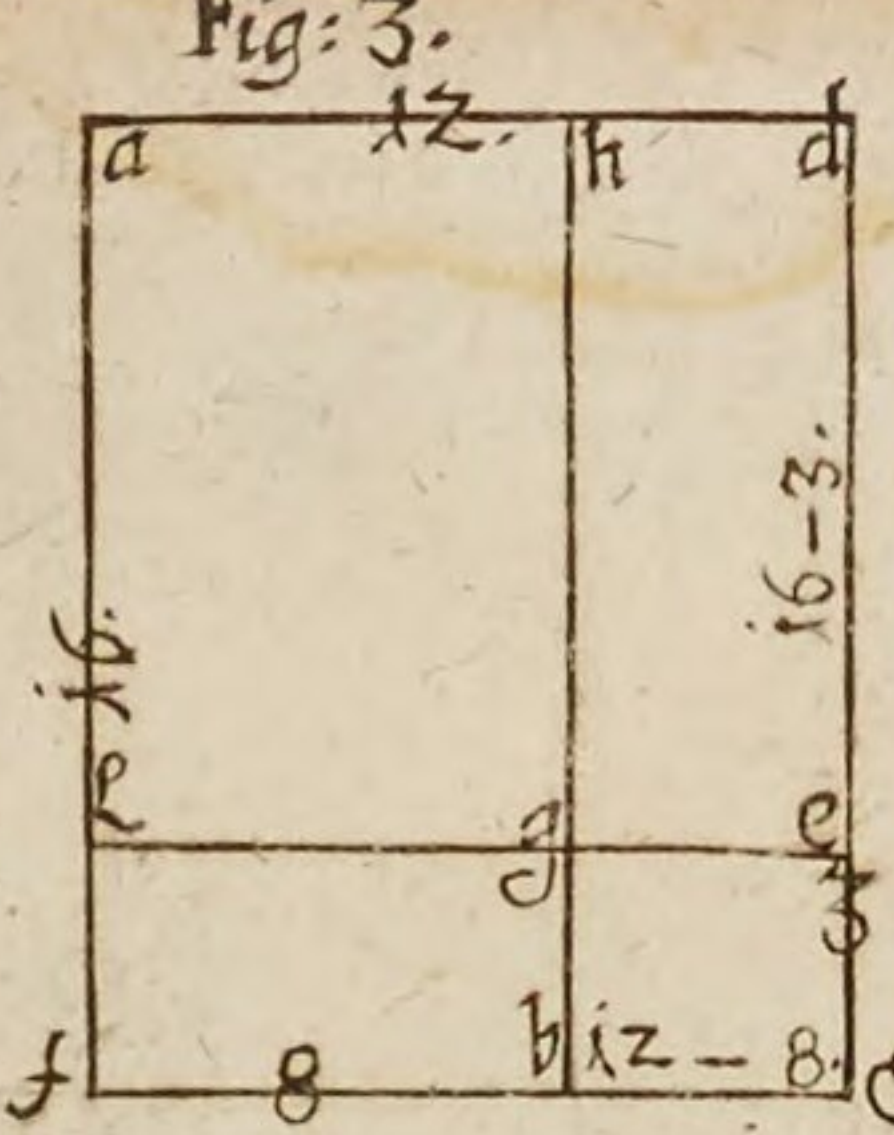
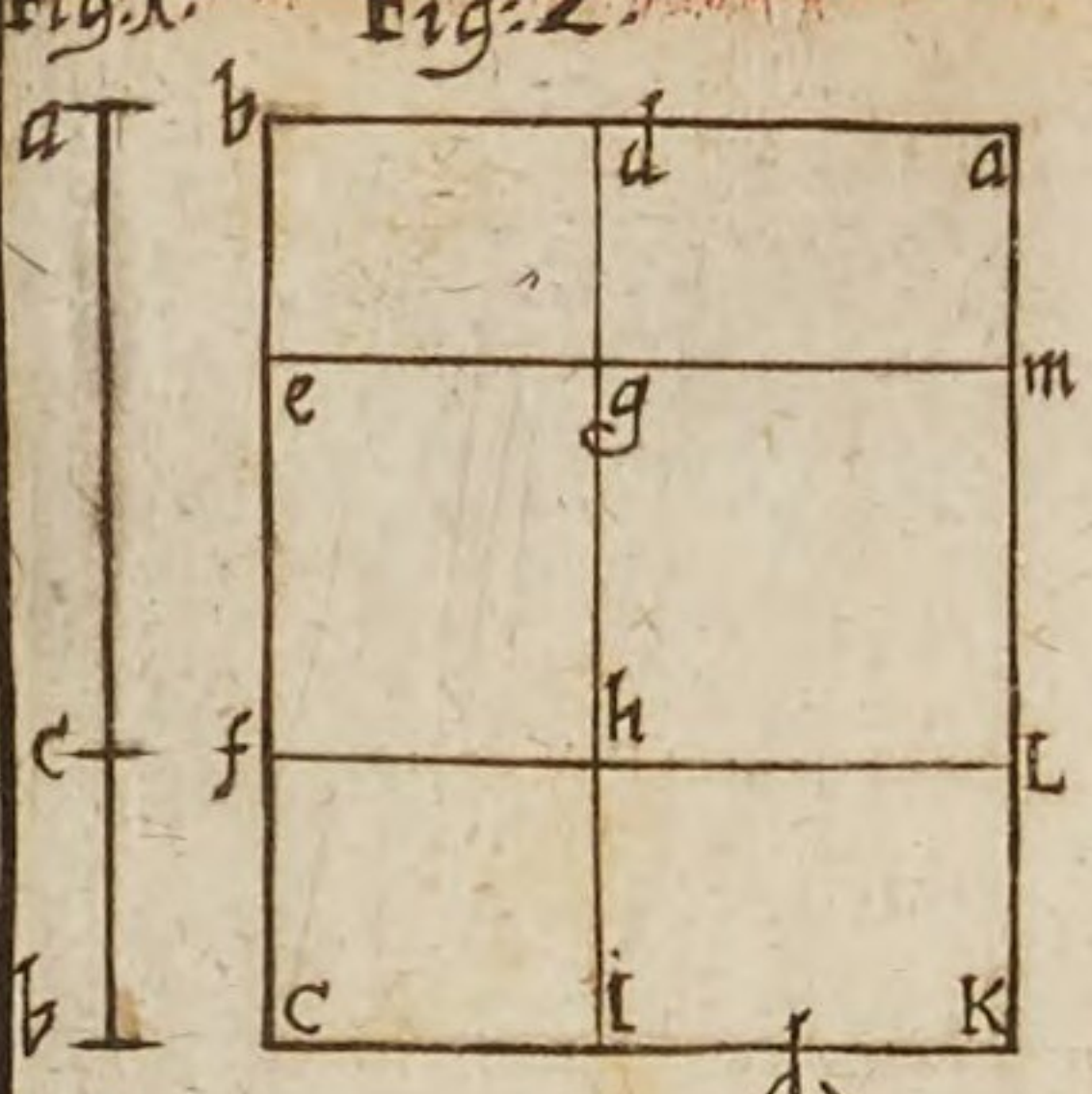








Fig: 36.

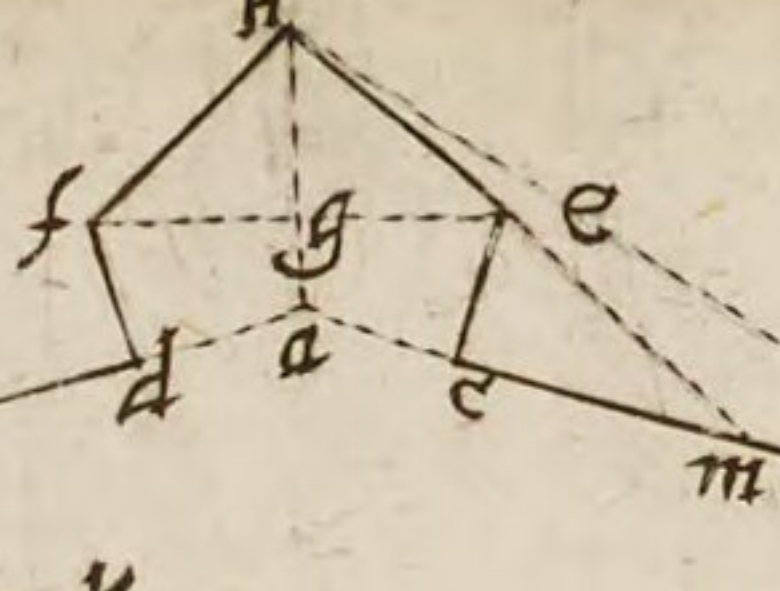


Fig: 39.

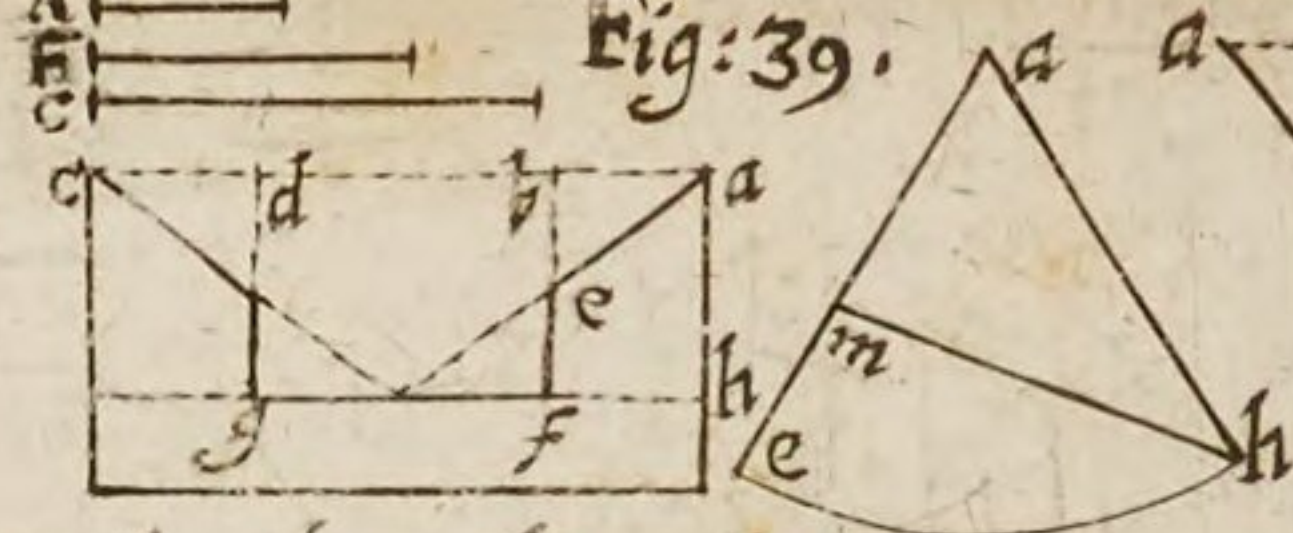


Fig: 41.

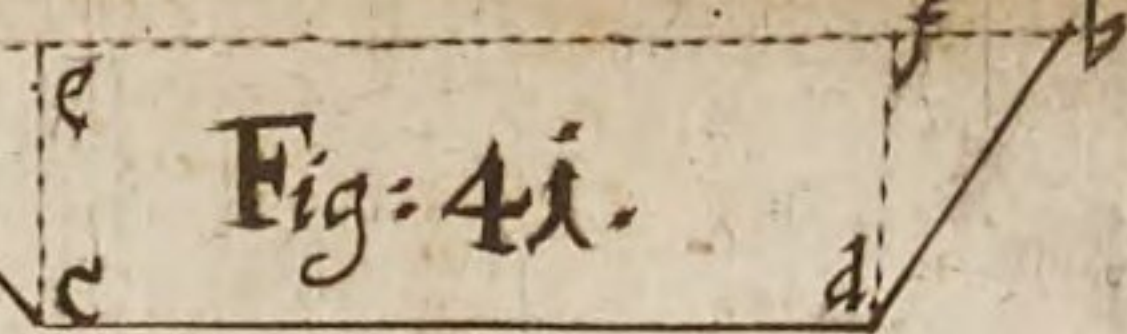


Fig: 40.

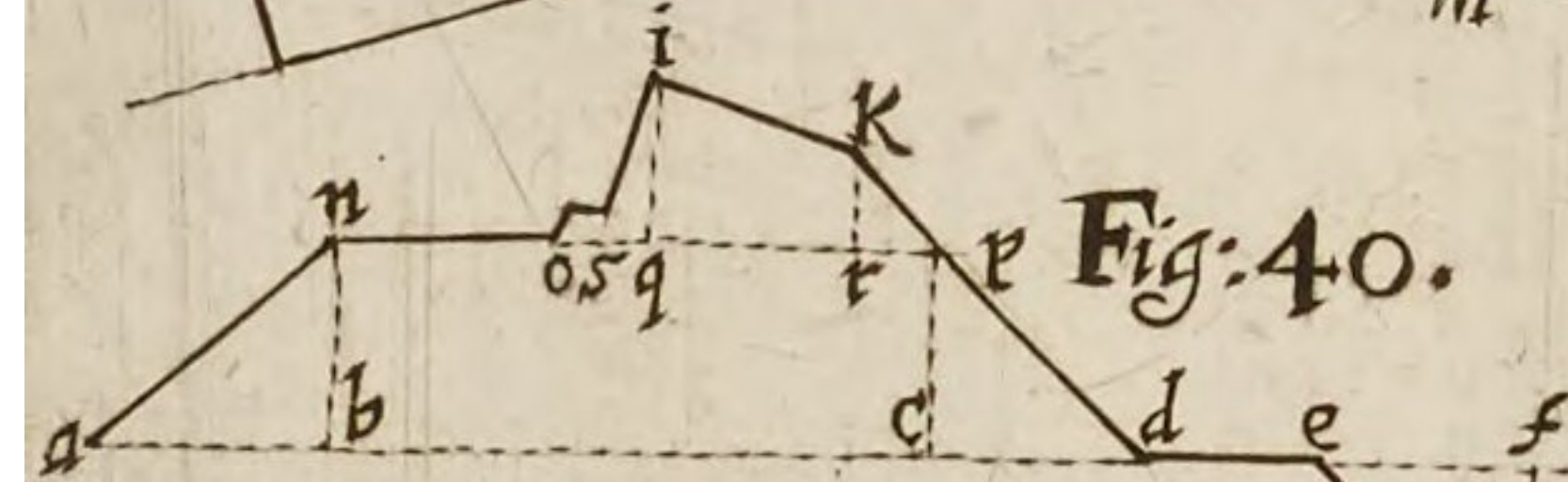


Fig: 38.

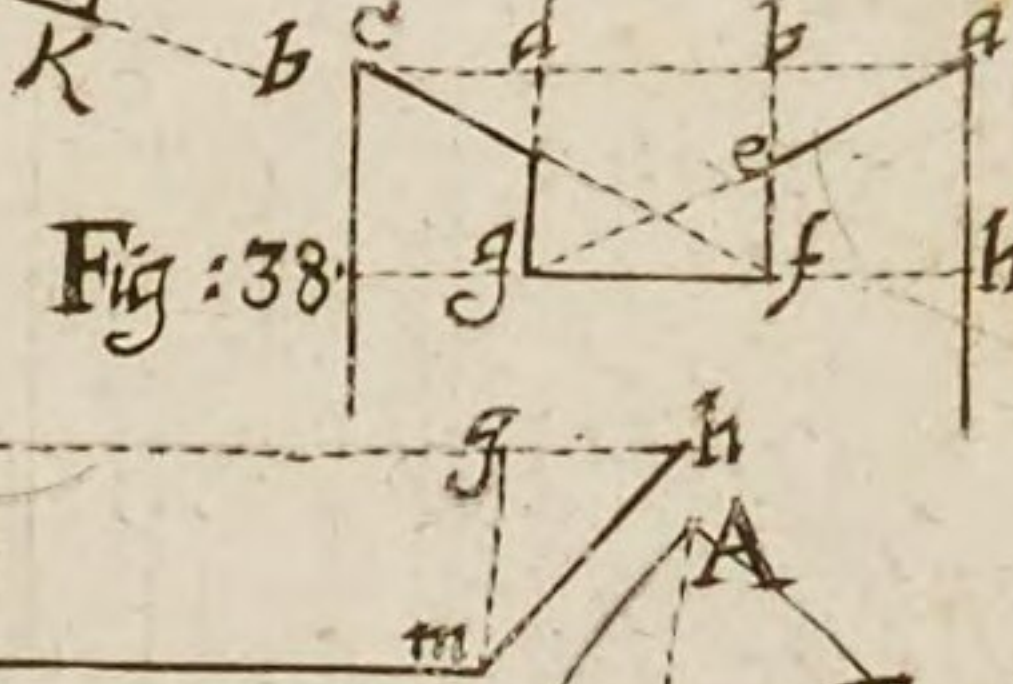
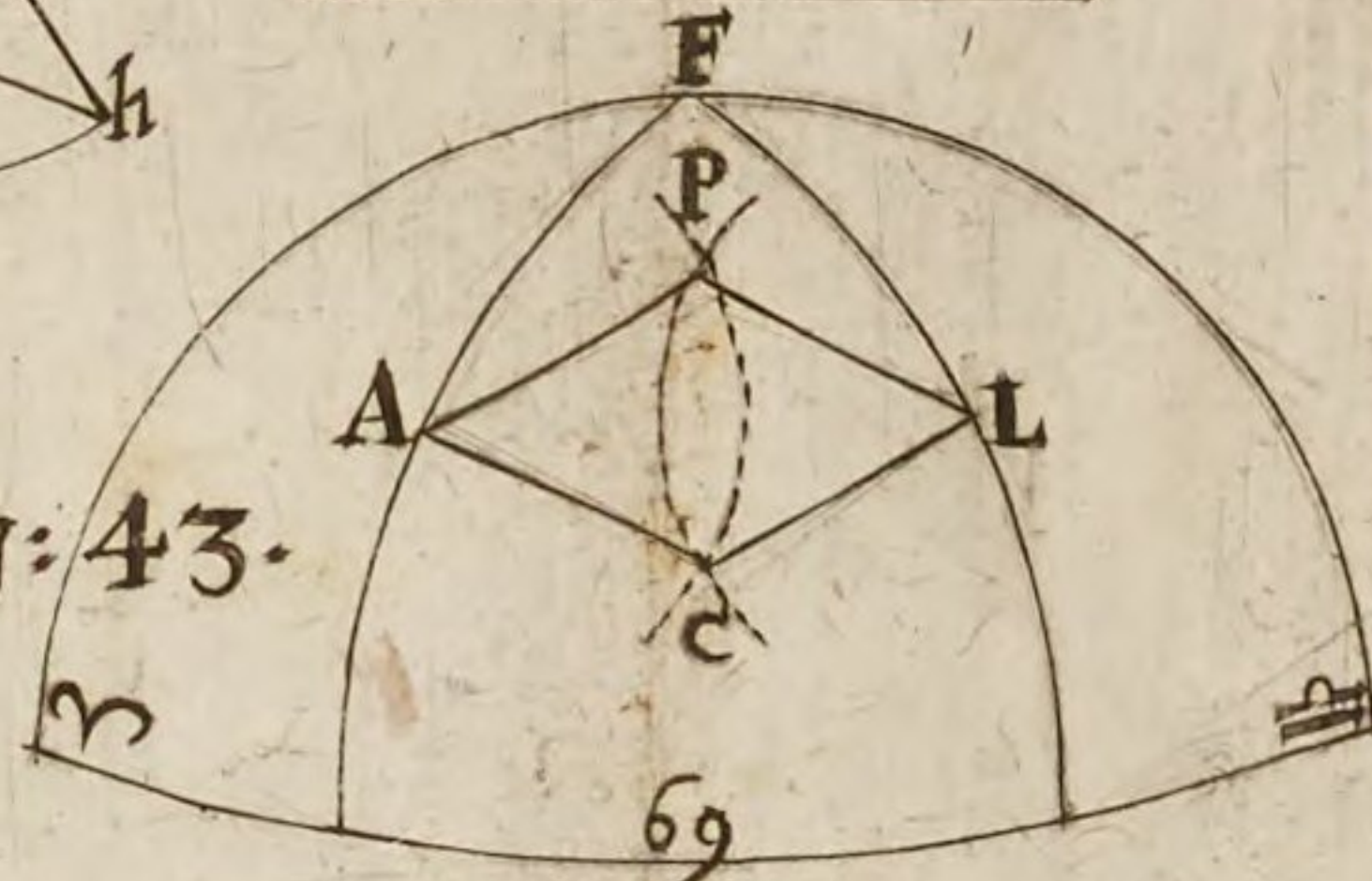


Fig: 43.



~~Fig: 42.~~



Fig: 46.

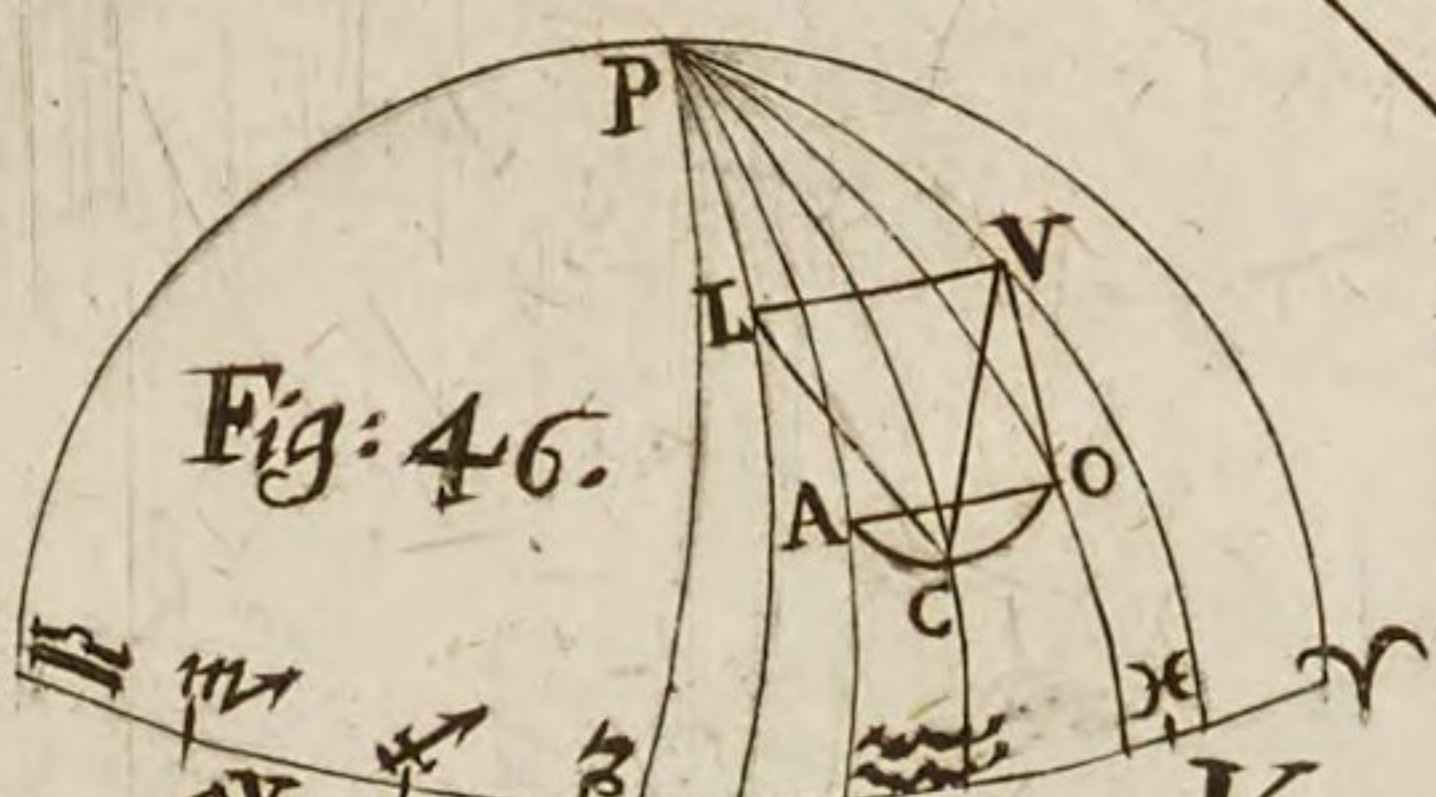


Fig:44

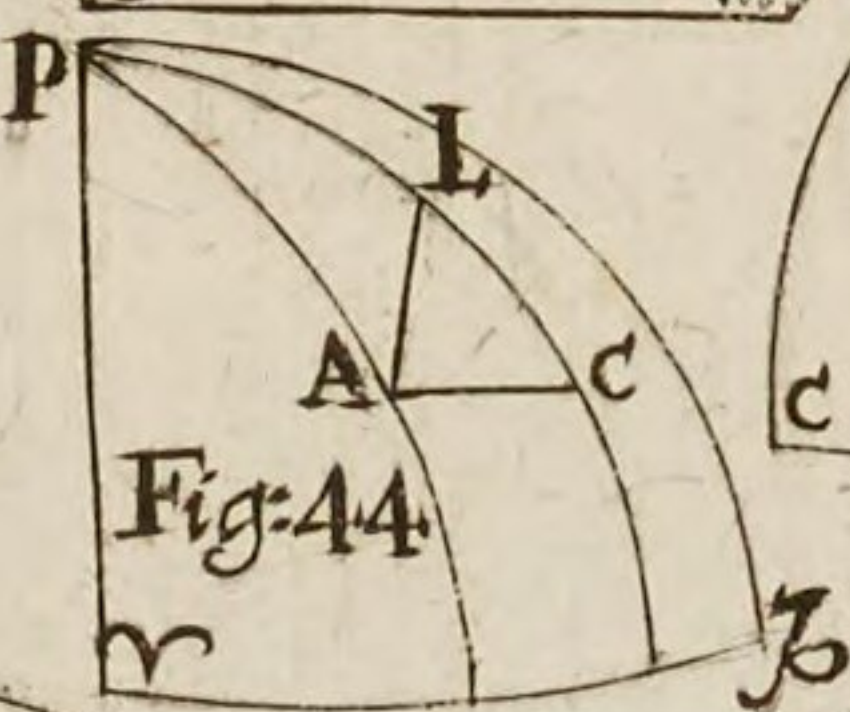


Fig: 45.



Fig: 48.

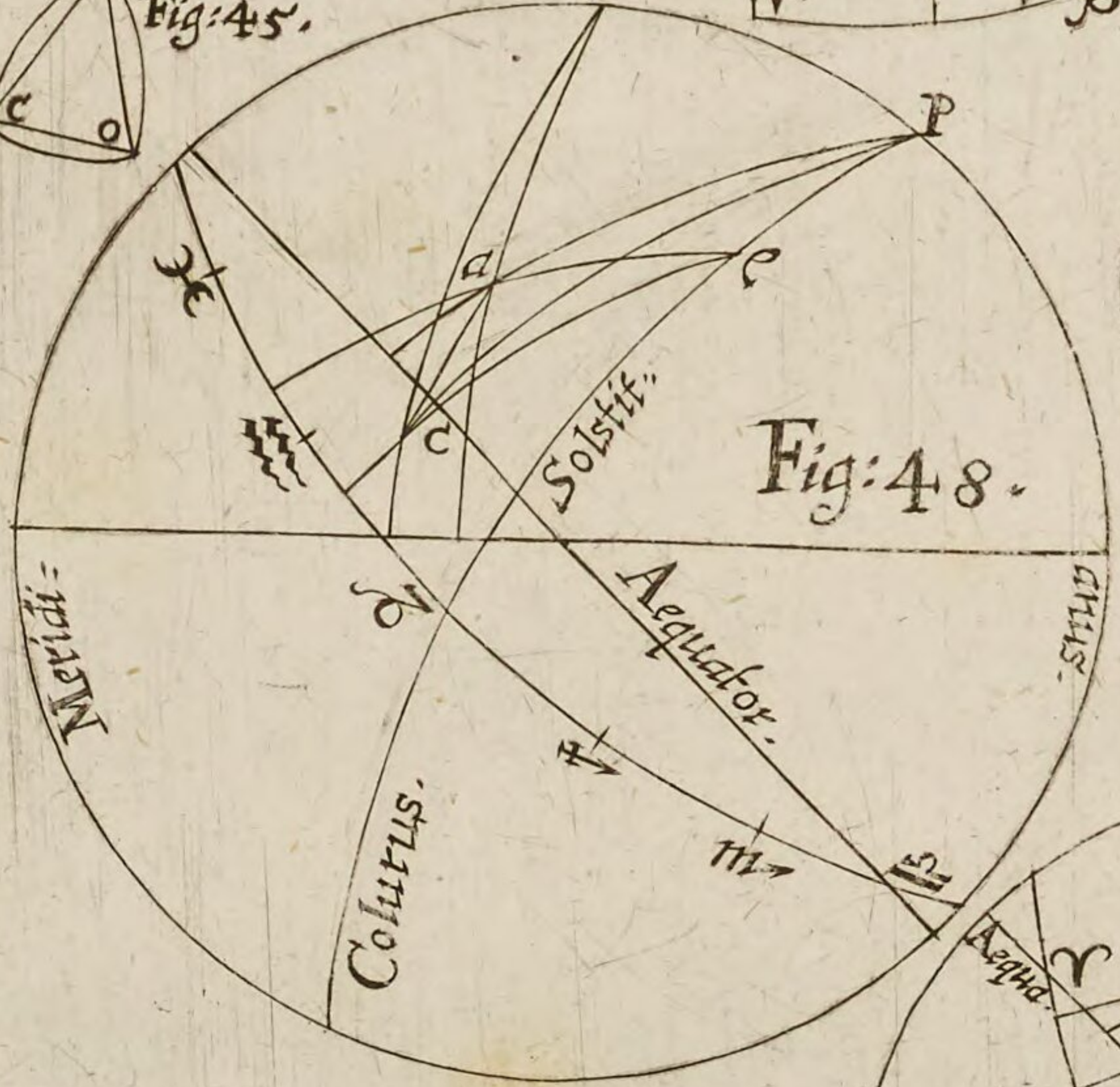


Fig: 49.

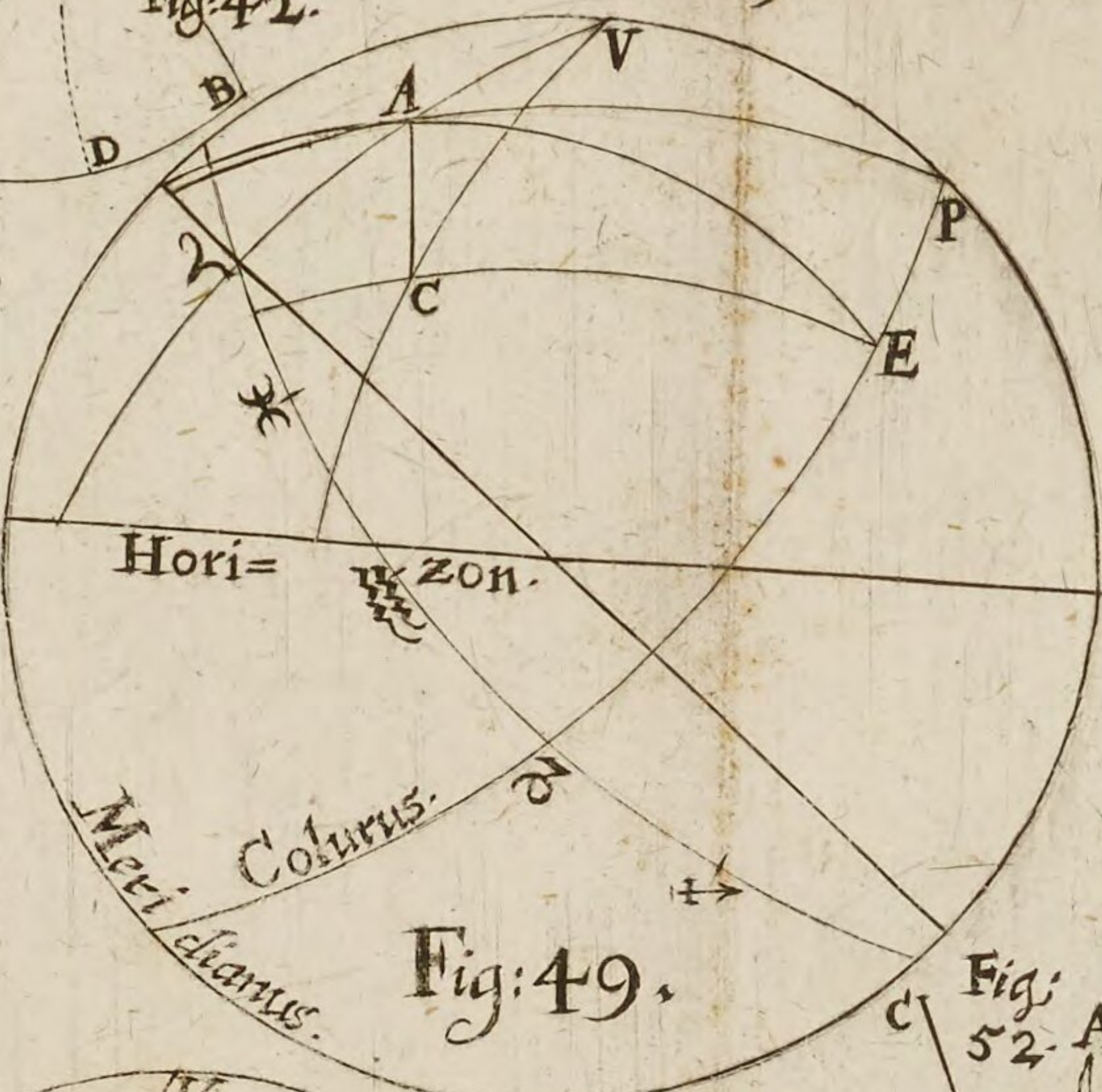


Fig: 50.

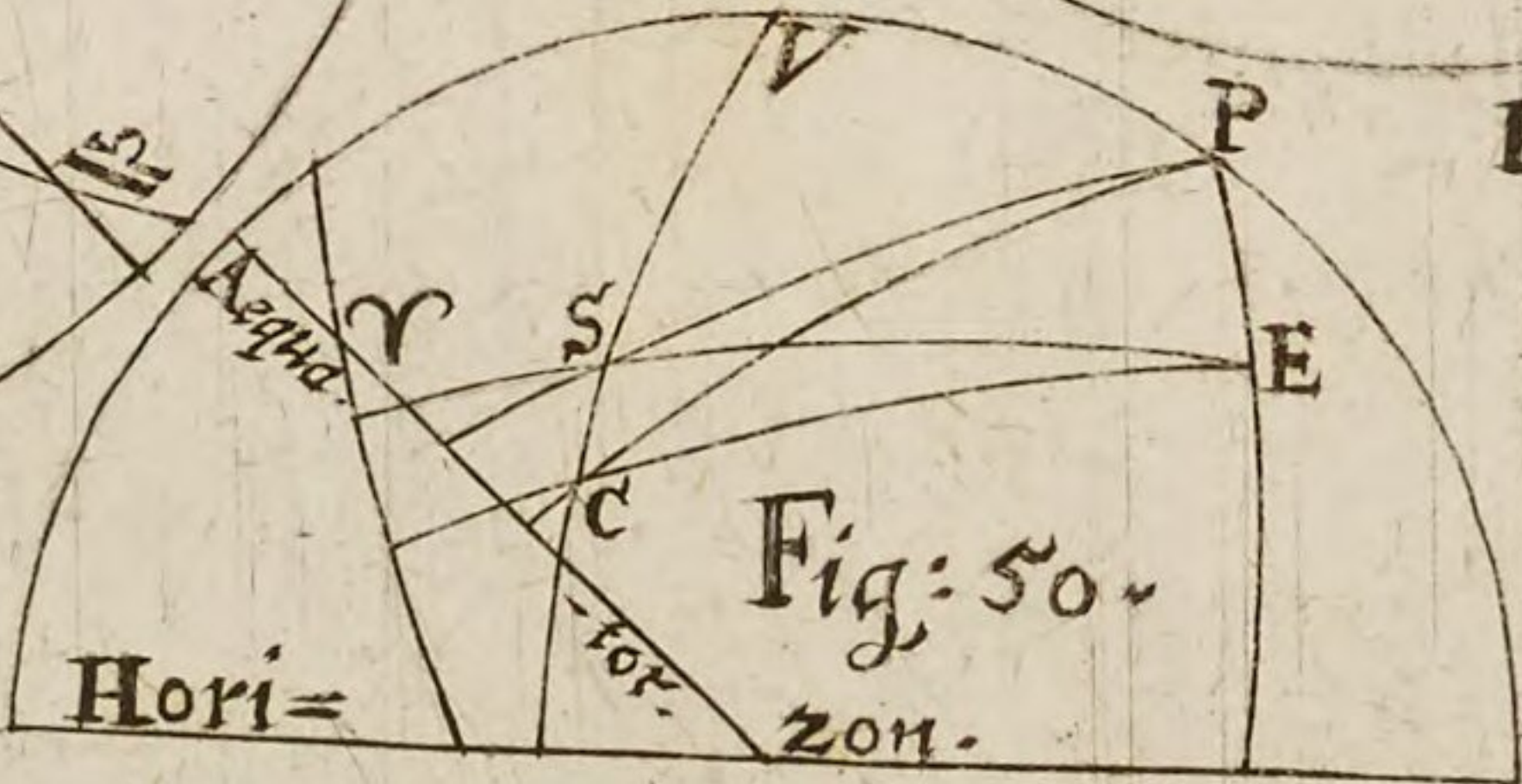


Fig: 55

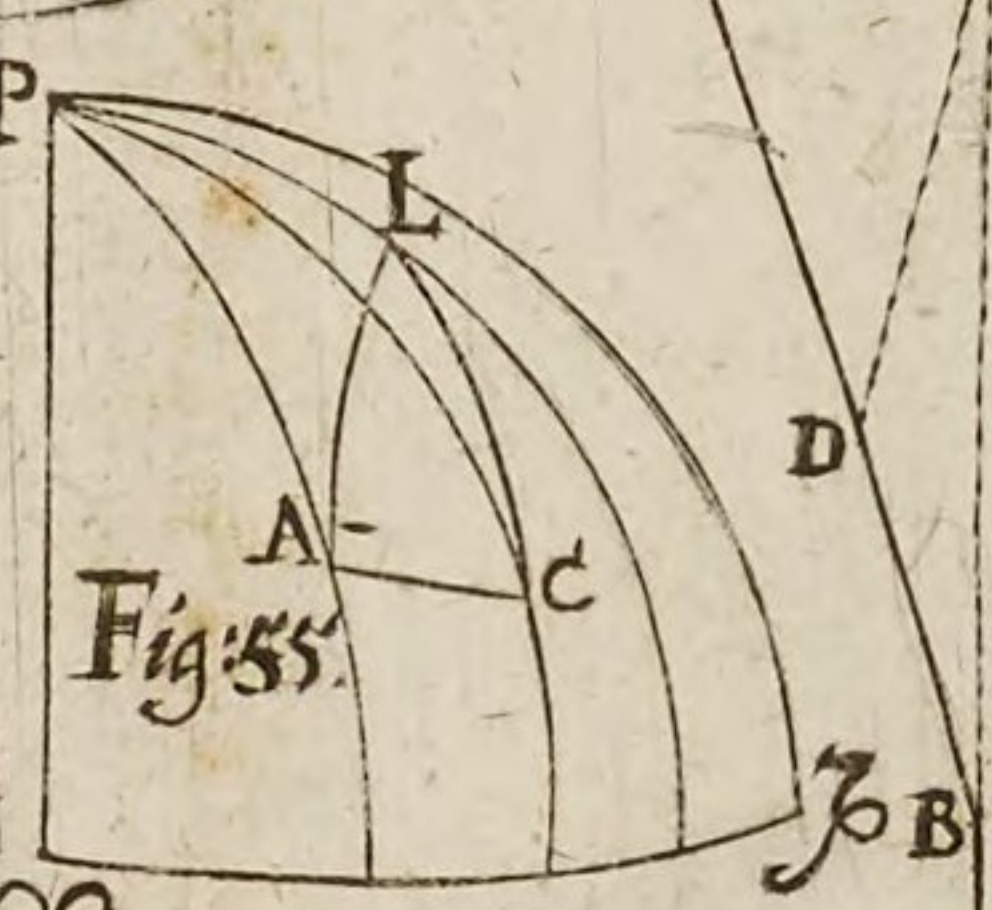


Fig. 251.

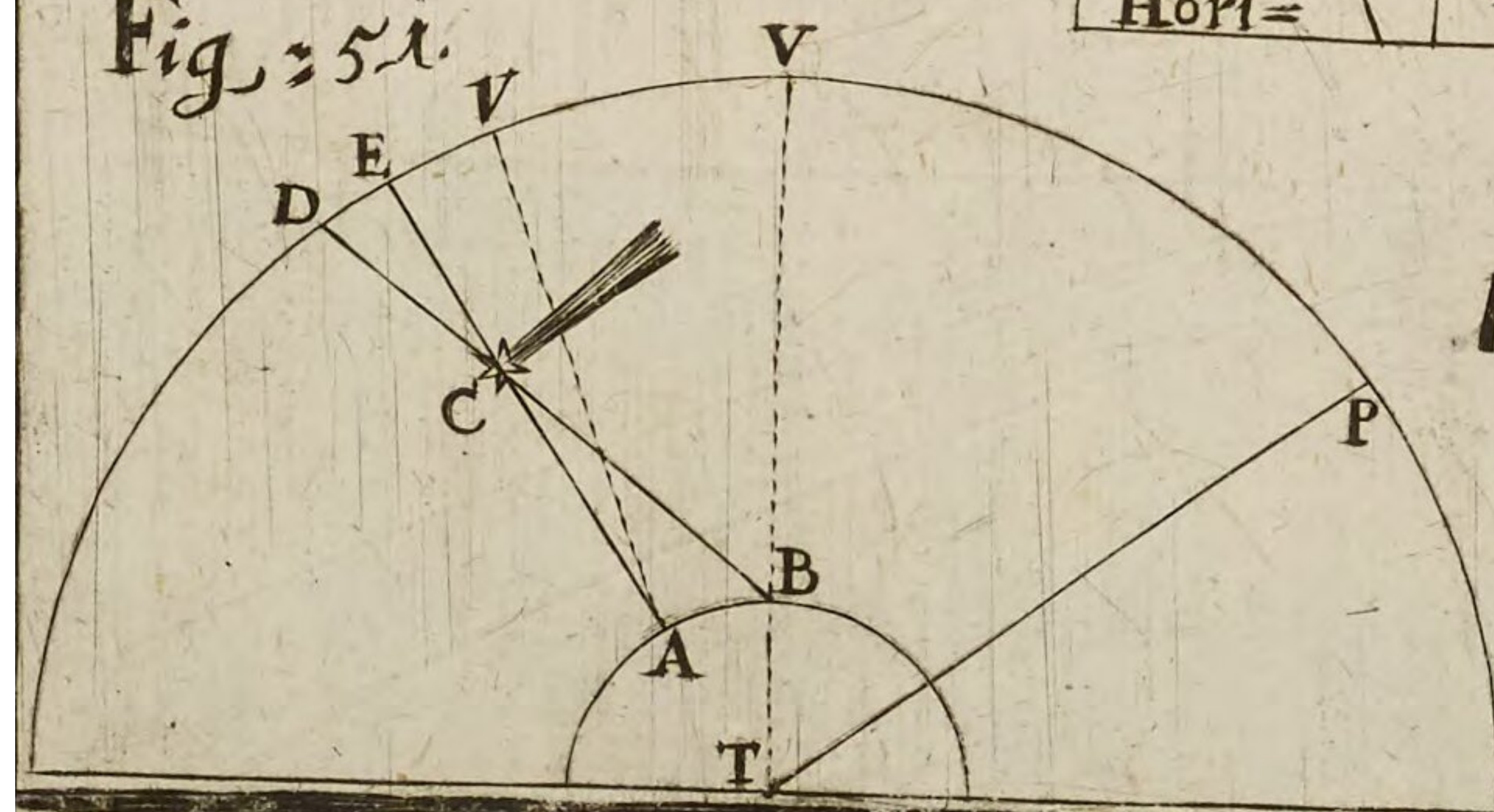


Fig: 53.

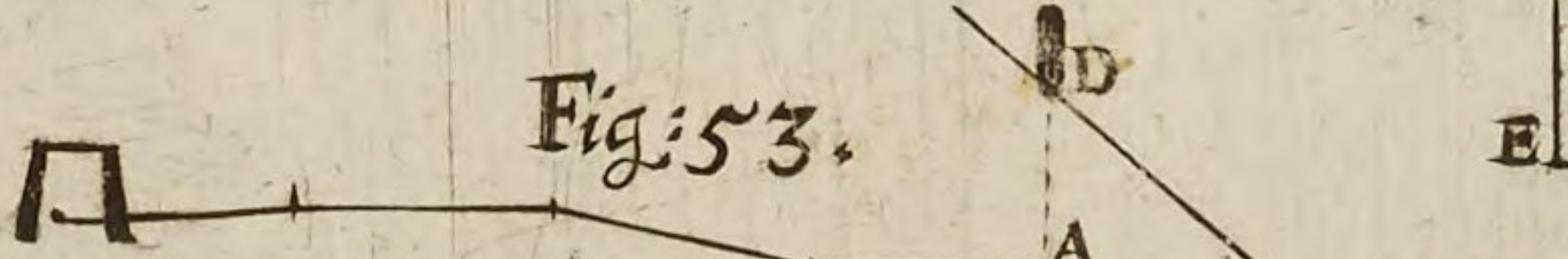
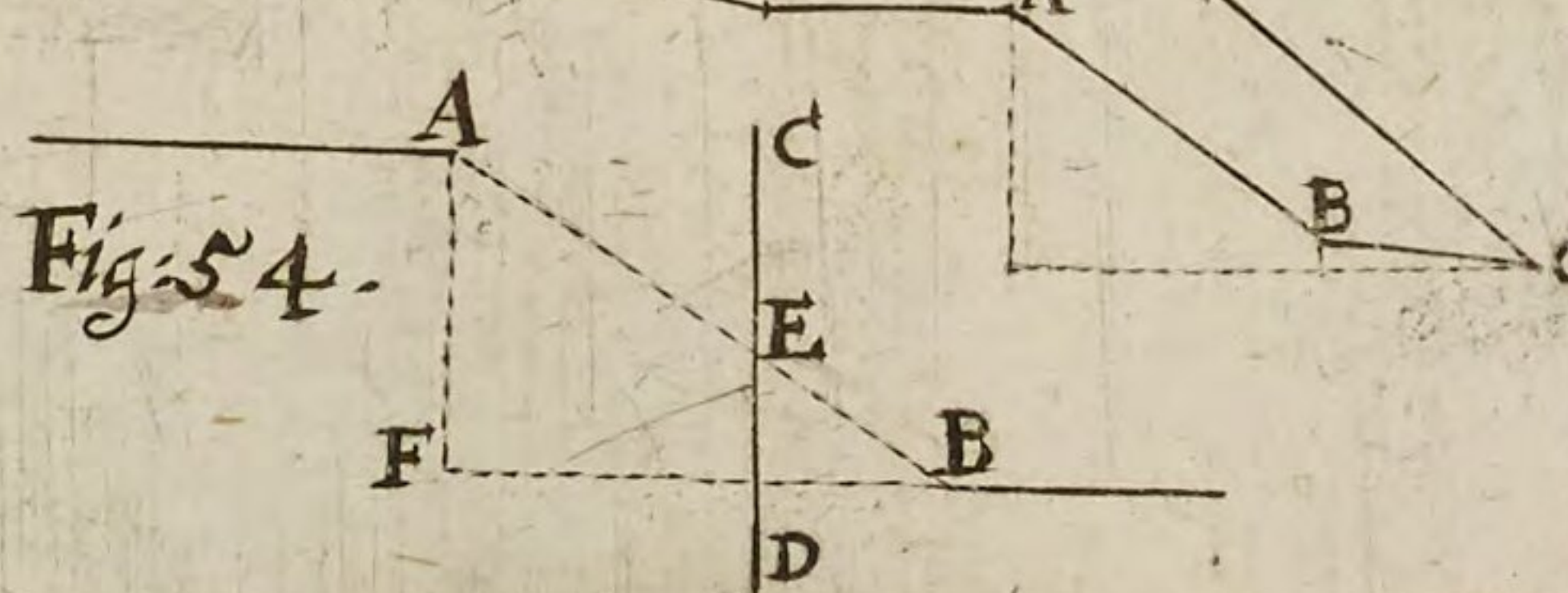


Fig: 54.









Longitudines & Latitudines Cometæ. Annorum 1680 et 1681. ad quæst: 99.

|         | G. M. S. |     |     | G. M. S. |     |     | G. M. S. |     |     | G. M. S. |     |     | G. M. S. |     |     | G. M. S. |     |     |
|---------|----------|-----|-----|----------|-----|-----|----------|-----|-----|----------|-----|-----|----------|-----|-----|----------|-----|-----|
| 1680    |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 24 Dec. |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     | 3. 15.   | 22. | 20. |          |     |     |
| 26 Dec. |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     | 3. 42.   | 51. |     |          |     |     |
| 27 Dec. | 3. 21.   | 17. |     |          |     |     | 3. 17.   | 40. | 30. | 3. 19.   | 29. | 44. | 3. 22.   | 13. | 4.  |          |     |     |
|         | 15.      | 53. | 30. |          |     |     | 16.      | 56. |     | 15.      | 22. | 53. |          | 45. | 50. |          |     |     |
| 28.     | 3. 23.   | 7.  |     |          |     |     | 3. 23.   | 11. |     | 3. 22.   | 25. | 19. |          |     |     |          |     |     |
|         | 17.      | 20. | 30. |          |     |     | 17.      | 16. |     | 16.      | 56. | 8.  |          |     |     |          |     |     |
| 29.     | 3. 28.   | 0.  |     |          |     |     | 3. 27.   | 36. |     | 3. 27.   | 10. | 5.  |          |     |     | 3. 26.   | 35. |     |
|         | 18.      | 34. |     |          |     |     | 18.      | 57. | 30. | 18.      | 24. | 22. |          |     |     | 19.      | 7.  | 30. |
| 30.     | 3. 1.    | 14. |     | 3. 29.   | 34. |     |          |     |     |          |     |     | 3. 1.    | 1.  | 32. |          |     |     |
|         | 10.      | 45. |     | 20.      | 18. |     |          |     |     |          |     |     | 19.      | 22. | 4.  |          |     |     |
| 31.     |          |     |     | 3. 4.    | 46. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     | 21.      | 31. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 1681    | 3. 10.   | 24. |     |          |     |     | 3. 9.    | 54. |     | 3. 11.   | 39. | 59. |          |     |     |          |     |     |
| 1 Jan.  | 24.      | 20. |     |          |     |     | 23.      | 59. |     | 23.      | 28. | 32. |          |     |     |          |     |     |
| 2 Jan.  | 3. 13.   | 7.  | 48. | 3. 11.   | 44. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         | 14.      | 44. | 8.  | 23.      | 14. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         | 24.      | 38. | 4.  |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 6 Jan.  | 3. 3.    | 49. | 30. | 3. 3.    | 11. |     | 3. 3.    | 29. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         | 27.      | 32. | 30. | 27.      | 48. |     | 27.      | 34. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 7.      |          |     |     |          |     |     | 3. 8.    | 8.  |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     | 27.      | 53. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 8.      |          |     |     |          |     |     | 3. 12.   | 39. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     | 28.      | 11. | 30. |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 9.      |          |     |     |          |     |     | 3. 17.   | 22. | 30. |          |     |     |          |     |     | 3. 17.   | 24. |     |
|         |          |     |     |          |     |     | 27.      | 46. |     |          |     |     |          |     |     | 28.      | 18. | 30. |
| 10.     | 3. 24.   | 9.  |     | 3. 21.   | 41. |     | 3. 22.   | 57. |     | 3. 21.   | 16. | 13. |          |     |     |          |     |     |
|         | 23.      | 53. |     | 28.      | 23. |     | 27.      | 25. |     | 27.      | 58. | 8.  |          |     |     |          |     |     |
| 11.     | 3. 26.   | 18. |     |          |     |     |          |     |     | 3. 25.   | 17. | 41. |          |     |     |          |     |     |
|         | 27.      | 51. |     |          |     |     |          |     |     | 27.      | 43. | 53. |          |     |     |          |     |     |
| 12.     | 3. 3.    | 21. |     | 3. 3.    | 21. |     | 3. 29.   | 6.  |     | 3. 28.   | 41. | 22. |          |     |     |          |     |     |
|         | 28.      | 54. | 30. | 28.      | 54. | 30. | 27.      | 12. |     | 27.      | 11. | 55. |          |     |     |          |     |     |
| 13.     |          |     |     |          |     |     | 3. 2.    | 26. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     | 26.      | 14. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 14.     |          |     |     |          |     |     |          |     |     | 3. 6.    | 28. | 10. |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     |          |     |     | 26.      | 32. | 16. |          |     |     |          |     |     |
| 15.     |          |     |     |          |     |     |          |     |     | 26.      | 15. | 38. |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     |          |     |     | 26.      | 10. | 43. |          |     |     |          |     |     |
| 16.     | 3. 11.   | 42. |     |          |     |     |          |     |     | 3. 9.    | 4.  | 22. |          |     |     |          |     |     |
|         | 26.      | 38. |     |          |     |     |          |     |     | 25.      | 13. | 49. |          |     |     |          |     |     |
| 17.     | 3. 14.   | 28. |     |          |     |     | 3. 14.   | 5.  |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         | 24.      | 1.  |     |          |     |     | 25.      | 20. | 30. |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 19.     |          |     |     |          |     |     | 3. 18.   | 22. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     | 23.      | 48. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 22.     | 3. 25.   | 23. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         | 24.      | 4.  |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 23.     |          |     |     |          |     |     | 3. 26.   | 25. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     | 27.      | 8.  |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 24.     |          |     |     |          |     |     | 3. 27.   | 10. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     | 21.      | 54. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
| 26.     |          |     |     |          |     |     | 3. 29.   | 41. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         |          |     |     |          |     |     | 20.      | 31. |     |          |     |     |          |     |     |          |     |     |
|         | I.       |     |     | II.      |     |     | III.     |     |     | IV.      |     |     | V.       |     |     | VI.      |     |     |























Wagner, Anton

Horae mathematicae selectis problematibus impensae

Oeniponti 1684

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- 4 Math 616

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11218600-9